

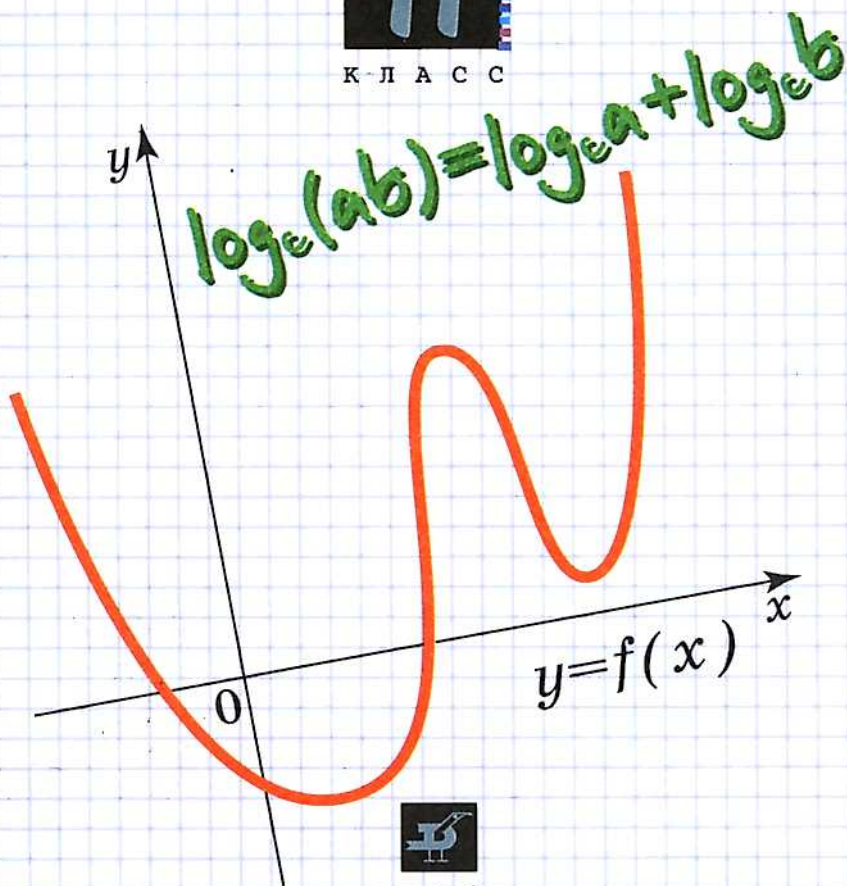
# Математика

## Сборник заданий

для подготовки и проведения  
письменного экзамена  
за курс средней школы

# 11

К Л А С С



ДРОФА

# МАТЕМАТИКА

## Сборник заданий

для подготовки и проведения  
письменного экзамена  
по математике (курс А)  
и алгебре и началам анализа (курс В)  
за курс средней школы

# 11

К Л А С С

Допущено  
Министерством образования  
Российской Федерации



11-е издание, стереотипное



ДРОФА  
Москва · 2008

УДК 372.851  
ББК 74.262.21  
Д69

**Дорофеев, Г. В.**

**Д69** Сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В) за курс средней школы. 11 класс / Г. В. Дорофеев, Г. К. Муравин, Е. А. Седова. — 11-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2008. — 160 с. : ил.

ISBN 978-5-358-04298-8

УДК 372.851  
ББК 74.262.21

*Учебное издание*

**Дорофеев** Георгий Владимирович  
**Муравин** Георгий Константинович  
**Седова** Елена Александровна

### **СБОРНИК ЗАДАНИЙ**

**для подготовки и проведения письменного экзамена  
по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В)  
за курс средней школы**

**11 класс**

Редактор *Ж. И. Яковлева*  
Оформление *Д. С. Иванов*  
Технический редактор *М. В. Биденко*  
Компьютерная верстка *Т. Г. Гончарова, С. Л. Мамедова*  
Корректор *Н. С. Соболева*

Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.Д.008763.07.07 от 25.07.2007.

Подписано к печати 11.10.07. Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага типографская, Гарнитура  
«Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,0. Тираж 100 000 экз.  
Заказ № 18619 (Кр-Л).

ООО «Дрофа». 127018, Москва, Суцевский вал, 49.

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги просим  
направлять в редакцию общего образования издательства «Дрофа»:  
127018, Москва, а/я 79. Тел.: (495) 795-05-41. E-mail: chief@drofa.ru

По вопросам приобретения продукции издательства «Дрофа»  
обращаться по адресу: 127018, Москва, Суцевский вал, 49.  
Тел.: (495) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (495) 795-05-52.

Торговый дом «Школьник». 109172, Москва, ул. Малые Каменщики,  
д. 6, стр. 1А. Тел.: (495) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.

Сеть магазинов «Переpletные птицы». Тел.: (495) 912-45-76.

Интернет-магазин: <http://www.drofa.ru>

ОАО «Смоленский полиграфический комбинат».  
214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

ISBN 978-5-358-04298-8

© ООО «Дрофа», 1999  
© ООО «Дрофа», 2001, с изменениями

# Оглавление

Предисловие .....	4
<b>Раздел 1. Задания 1—5 для экзаменов «Математика» и «Алгебра и начала анализа» .....</b>	<b>7</b>
<b>Раздел 2. Задания 6, 7 для экзамена «Математика» ..</b>	<b>80</b>
<b>Раздел 3. Задание 8 для экзамена «Математика» .....</b>	<b>114</b>
<b>Раздел 4. Задания 9, 10 для экзамена «Математика». Задания 6, 7 для экзамена «Алгебра и начала анализа» .....</b>	<b>124</b>
Тригонометрия .....	124
Степени и логарифмы .....	126
Производная и ее приложения .....	130
<b>Раздел 5. Задание 8 для экзамена «Алгебра и начала анализа» .....</b>	<b>134</b>
Тригонометрия .....	134
Иррациональные уравнения .....	135
Степени и логарифмы .....	136
Производная и ее приложения .....	137
<b>Раздел 6. Задания 9, 10 для экзамена «Алгебра и начала анализа» .....</b>	<b>139</b>
Уравнения .....	139
Модули .....	144
Параметры .....	145
Неравенства .....	146
Возрастание, убывание, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения .....	148
<i>Вариант экзаменационного задания по курсу «Математика» .....</i>	<i>151</i>
<i>Вариант экзаменационного задания по курсу «Алгебра и начала анализа» .....</i>	<i>152</i>
<b>Справочный материал .....</b>	<b>153</b>

# Предисловие

Настоящий сборник заданий предназначен для итоговой аттестации в 11 классе по курсу «Математика» (курс А) и по курсу «Алгебра и начала анализа» (курс В). Тексты заданий предполагаются открытыми для использования в обычном учебном процессе или при специальной подготовке (например, в системе экстерната). Экзаменационная работа, составляемая на основе сборника, содержит десять заданий.

## Курс А «Математика» (3 ч в неделю)

Экзаменационная работа по курсу «Математика» состоит из двух частей.

*Первая часть (задания 1—7)* включает пять заданий по алгебре и началам анализа и два геометрических задания. Задания первой части скомпонованы в наборы по семь заданий и помещены в разделе 1 (*задания 1—5*) и разделе 2 (*задания 6, 7*). Всего в сборнике 96 таких наборов. Уровень сложности этих заданий определяется «Требованиями к математической подготовке учащихся», предусмотренными программой.

Задания первой части не требуют громоздких вычислений, сложных преобразований и нестандартных умозаключений. Для их решения достаточно уметь использовать основные определения, владеть минимальным набором формул и алгоритмов. Задания по геометрии требуют, помимо знания формул и умения ими пользоваться, определенного уровня стереометрических представлений, умения работать с изображениями пространственных конфигураций. В то же время уровень доказательности при выполнении заданий предполагается минимальным.

*Вторая часть* экзаменационной работы по курсу «Математика» состоит из одного геометрического задания (*задание 8*), которое помещено в разделе 3, и двух заданий по алгебре и началам анализа (*задания 9, 10*), которые помещены в разделе 4.

Вторая часть составлена из стандартных для курса математики 10—11 классов заданий, уровень сложности которых несколько выше, чем в первой части. Содержание заданий по геометрии соответствует целям изучения геометрии в курсе «Математика», и для их решения достаточно изучавшегося в курсе геометрического материала. От выпускников, однако, не требуется владения навыками сложных вычислений и преобразований, специальными приемами решения уравнений и неравенств, хотя часть заданий предполагает наличие определенных знаний и умений, приобретенных не только в старших классах, но и в основной школе (подстановка, формулы сокращенного умножения, уравнение прямой и т. п.).

Для получения отметки «3» (*удовлетворительно*) выпускник должен правильно выполнить *любые* пять заданий. Отметка «4» (*хорошо*) выставляется при выполнении любых семи заданий. Отметка «5» (*отлично*) ставится за девять верно выполненных заданий.

## Курс В

### «Алгебра и начала анализа» (4,5—5 ч в неделю)

Экзаменационная работа по курсу «Алгебра и начала анализа» состоит из трех частей.

*Первая часть* экзамена (*задания 1—5*) полностью совпадает с первыми пятью заданиями экзамена по курсу «Математика» (раздел 1).

*Вторую часть* экзамена составляют задания, помещенные в разделах 4 (*задания 6, 7*) и 5 (*задание 8*) сборника. Это традиционные задания, предлагаемые школьникам на выпускном экзамене по курсу «Алгебра и начала анализа».

*Третья часть* экзамена (*задания 9, 10*) состоит из заданий, подобных тем, которые используются на вступительных экзаменах в высшие учебные заведения. Они находятся в разделе 6 сборника. Решение этих задач не требует ни дополнительных навыков, ни дополнительных идей по сравнению с задачами, обычно предлагающимися в школьных учебниках. Вместе с тем такие задания или требующиеся для их выполнения идеи нередко ускользают от внимания учителя.

Критерии оценки работы совпадают с критериями для курса «Математика».

Для удобства пользования сборником задания разделов 4—6 сгруппированы по темам.

Экзаменационная работа	Варианты (номера) заданий
<b>«Математика» (курс А)</b>	
<i>Задания 1—5</i>	Варианты 1—96
<i>Задания 6, 7</i>	Варианты 1—96
<i>Задание 8</i>	3.1—3.100
<i>Задания 9, 10</i>	4.1—4.200
<b>«Алгебра и начала анализа» (курс В)</b>	
<i>Задания 1—5</i>	Варианты 1—96
<i>Задания 6, 7</i>	
тригонометрия	4.1—4.50
степени и логарифмы	4.51—4.156
производная и ее приложения	4.157—4.200
<i>Задание 8</i>	
тригонометрия	5.1—5.26
иррациональные уравнения	5.27—5.56
степени и логарифмы	5.57—5.82
производная и ее приложения	5.83—5.100
<i>Задания 9, 10</i>	
уравнения	6.1—6.144
модули	6.145—6.206
параметры	6.207—6.232
неравенства	6.233—6.277
возрастание, убывание, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения	6.278—6.300

# 1

## Задания 1—5 для экзаменов «Математика» и «Алгебра и начала анализа»

### Вариант 1

1. Решите неравенство  $\frac{x - 4x^2}{x - 1} > 0$ .
2. Решите уравнение  $\log_2(2x - 1) = 3$ .
3. Найдите корни уравнения  $2 \sin x + 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 1). Укажите:
  - а) область определения функции;
  - б) промежутки возрастания и убывания функции;
  - в) при каких значениях  $x$   $f(x) = 0$ ;
  - г) наибольшее и наименьшее значения функции;
  - д) при каких значениях  $x$   $-4 < f(x) < 2$ .
5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$ .

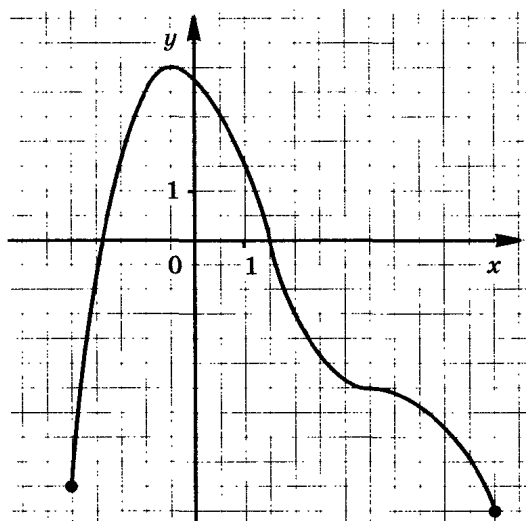


Рис. 1



## Вариант 2

1. Решите неравенство

$$\frac{(x-6)(x-8)}{2x-7} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31.$$

3. Решите уравнение  $2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 2). Укажите:

а) область определения функции;

б) нули функции;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) наибольшее и наименьшее значения функции;

д) при каких значениях  $x$   $f(x) < -2$ .

5. Найдите все первообразные функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1.$$

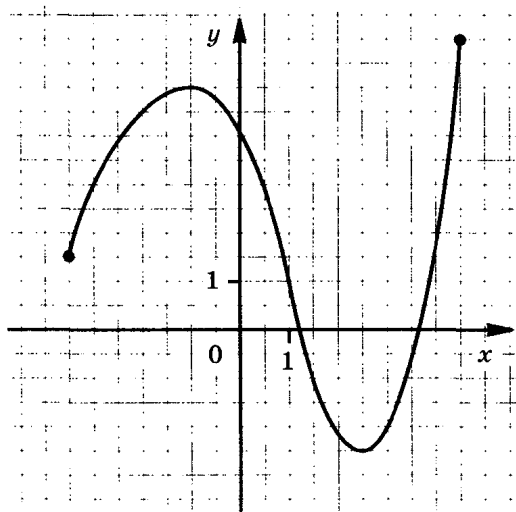


Рис. 2

### Вариант 3

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4}{2x + 1} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$27^{1-x} = \frac{1}{81}.$$

3. Решите уравнение

$$\cos(2\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

- область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;
- значения функции составляют промежуток  $[-2; 5]$ ;
- в левом конце области определения функция принимает наибольшее значение;
- $2$  — единственная точка экстремума функции.

5. Найдите производную функции  $f(x) = e^x(x^2 + 1)$ .

### Вариант 4

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{2x - 3} > 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{0,5}(2 - x) > -1.$$

3. Докажите тождество

$$(1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \alpha) - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2.$$

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$  в его точке с абсциссой  $x = 2$ .

5. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 4 + 6x^2$ , значение которой при  $x = 2$  отрицательно.

### Вариант 5

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{2x + 1}{x - 1}.$$

2. Решите неравенство

$$8^{2x + 1} > 0,125.$$

3. Решите уравнение

$$2 \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right) + \sqrt{2} = 0.$$

4. Найдите производную функции  $f(x) = 2x^2 + \operatorname{tg} x$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2 + 5x + 6$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$  и осью абсцисс.

### Вариант 6

1. Решите неравенство

$$\frac{54 - 6x^2}{4x + 7} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$3^x - \left( \frac{1}{3} \right)^{2-x} = 24.$$

3. Решите уравнение

$$\cos x + \cos \left( \frac{\pi}{2} - x \right) + \cos (\pi + x) = 0.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-5; 2]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 5]$ ;

в) промежутки убывания функции  $[-5; -2]$  и  $[0; 2]$ ;

г) функция возрастает на промежутке  $[-2; 0]$ ;

д) отрицательные значения функция принимает только в точках промежутка  $(1; 2]$ .

5. Дана функция  $f(x) = x^5 - 5x^2 + 1$ . Найдите координаты точек ее графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс.

## Вариант 7

1. Вычислите

$$9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}.$$

2. Решите неравенство

$$\log_4(7 - x) < 3.$$

3. Найдите все решения уравнения

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin x \cos x,$$

принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 3). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $-2,5 \leq f(x) \leq 1,5$ ;

в) промежутки, на которых  $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ;

г) точки экстремума функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Является ли функция  $F(x) = x^3 - 3x + 1$  первообразной функции  $f(x) = 3(x^2 - 1)$ ?

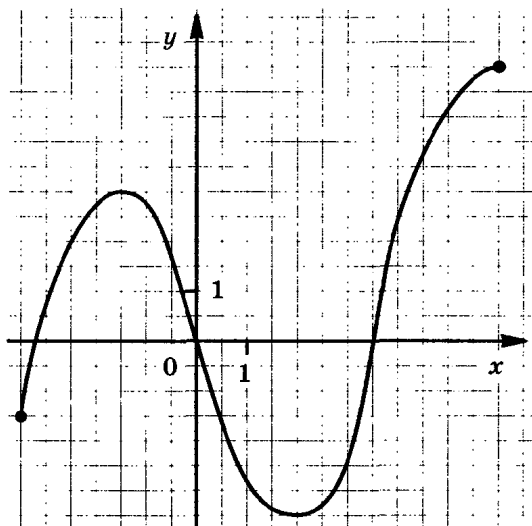


Рис. 3

## Вариант 8

1. Вычислите  $25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$ .
2. Решите неравенство  $\log_9(4 - 3x) > 0,5$ .
3. Решите уравнение  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 5]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;
  - в) в правом конце области определения функция принимает наибольшее значение;
  - г)  $-1$  — единственная точка экстремума функции.
5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону
$$S = 5t - 0,5t^2 \text{ (м)},$$
где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

## Вариант 9

1. Решите неравенство

$$\frac{(x + 5)(x - 7)}{3x - 1} > 0.$$

2. Решите уравнение  $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36$ .
3. Найдите корни уравнения  $(\sin x + 1)^2 = \sin^2 x + 1$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-5; 2]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;
  - в) в правом конце области определения функция принимает наибольшее значение;
  - г) значения функции отрицательны только в точках промежутка  $(-4; 0)$ .
5. Найдите первообразную функции  $f(x) = x^2 - 5$ , график которой проходит через точку  $(3; 4)$ .

## Вариант 10

1. Решите неравенство

$$\frac{2x + 8x^2}{2x - 1} < 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_7(x - 1) \leq \log_7 2 + \log_7 3.$$

3. Найдите корни уравнения  $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 4). Укажите:

а) область определения функции;

б) нули функции;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) наибольшее и наименьшее значения функции;

д) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс.

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 36x.$$

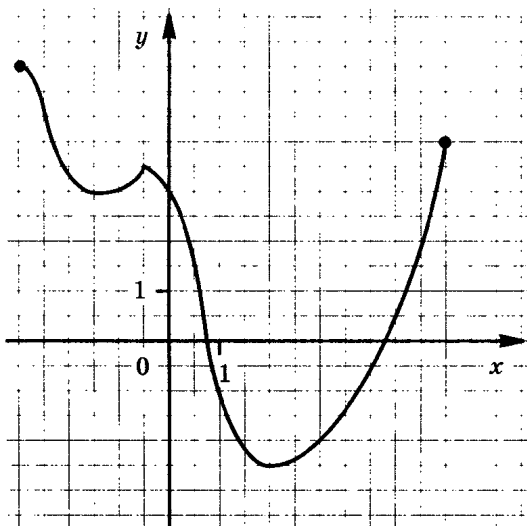


Рис. 4

## Вариант 11

1. Решите неравенство  $\frac{8x^2 - 2}{3 - x} > 0$ .

2. Решите уравнение  $36 \cdot 216^{3x+1} = 1$ .

3. Решите уравнение

$$\sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}.$$

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x - \ln x$  в его точке с абсциссой  $x = 3$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ , прямыми  $x = -2$ ,  $x = -1$  и осью абсцисс.

## Вариант 12

1. Решите неравенство  $\frac{8x^2 - 2x}{3 - 6x} > 0$ .

2. Решите уравнение

$$2 \log_3 2 - \log_3(x - 1) = 1 + \log_3 5.$$

3. Решите уравнение  $2 \cos \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;

в) в левом конце области определения функция принимает наибольшее значение;

г) значения функции отрицательны только в точках промежутка  $(-2; 1)$ ;

д)  $-1$  — единственная точка экстремума функции.

5. Дана функция  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 1$ . Найдите координаты точек ее графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс.

## Вариант 13

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{x-2}{4x-1}.$$

2. Решите неравенство

$$100^{2x+1} < 0,1.$$

3. Решите уравнение

$$4 \cos^2 x - 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 5). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$  функция  $y$  не имеет производной;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$ ,  $f'(x) > 0$ ;

г) наибольшее и наименьшее значения функции;

д) в какой точке графика касательная к нему параллельна оси абсцисс.

5. Найдите все первообразные функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1.$$

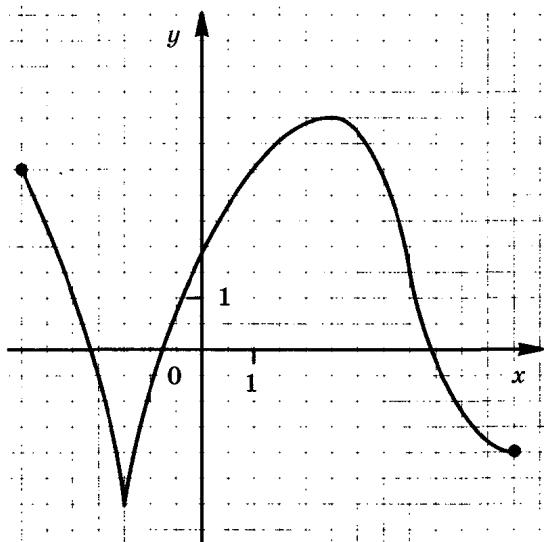


Рис. 5



### Вариант 14

1. Вычислите  $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$ .
2. Решите неравенство  $\log_2(1 - 2x) < 0$ .
3. Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = -\frac{15}{17}$ ,  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ .
4. Изобразите график функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 2]$ ;
  - в) производная функции положительна на  $(-4; 1)$ , отрицательна на  $(1; 3)$ ;
  - г) 1 — нуль производной функции;
  - д)  $-2$  и  $2$  — нули функции.
5. Найдите какую-нибудь первообразную функции

$$f(x) = 4x^3 - x^2 + 2,$$

которая принимает отрицательное значение при  $x = 1$ .

### Вариант 15

1. Вычислите  $16^{\frac{5}{4}} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}}$ .
2. Найдите все целые решения неравенства  $\frac{1}{27} \leq 3^{2-x} < 27$ .
3. Решите уравнение  $\cos^2 x + \cos x = -\sin^2 x$ .
4. Изобразите график функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 5]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 3]$ ;
  - в) производная функции положительна на  $(2; 5)$ , отрицательна на  $(-2; -1)$  и на  $(-1; 2)$ ;
  - г) нули производной функции:  $-1$  и  $2$ ;
  - д) нули функции:  $0$  и  $3$ .
5. Найдите точки экстремума функции

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1.$$

## Вариант 16

1. Упростите

$$a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{5}{3}} a^{\frac{1}{6}} b^{-\frac{1}{6}}.$$

2. Решите неравенство

$$\log_2(2x + 1) > 4.$$

3. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos \frac{\pi}{6}.$$

4. Найдите промежутки возрастания функции

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5.$$

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 4 - x^2$ , график которой проходит через точку  $(-3; 10)$ .

## Вариант 17

1. Решите неравенство

$$\frac{4x - x^2}{3 + 2x} \leq 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_3(2x + 1) = \log_3 13 + 1.$$

3. Найдите корни уравнения  $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-6; 1]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 4]$ ;

в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; -1)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-6; -4)$  и  $(-1; 1)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = -4$ ;

г) нули функции:  $x = -4$  и  $x = 0$ .

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 2x^2 + 3$ , график которой проходит через точку  $(-2; -5)$ .

## Вариант 18

1. Решите неравенство

$$\frac{4x - 9x^2}{10 - x} \geq 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_{0,5}(3x - 1) = -3.$$

3. Найдите корни уравнения  $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 6). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) > 2$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 2x^3 + 9x^2 - 24x.$$

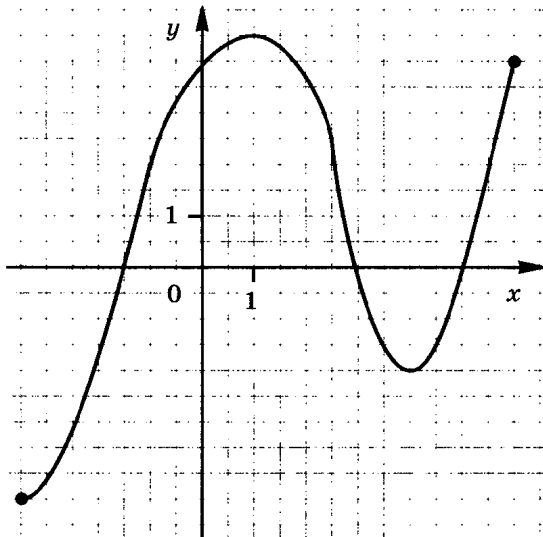


Рис. 6

## Вариант 19

1. Решите неравенство

$$\frac{3x^2 - 27}{2x + 7} < 0.$$

2. Решите уравнение  $49^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ .

3. Решите уравнение

$$\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 5]$ ;

в) промежутки возрастания функции:  $[-4; -2]$  и  $[1; 3]$ ;

г) функция убывает на промежутке  $[-2; 1]$ .

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону

$$S = t + 0,5t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

## Вариант 20

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x + 5}{x - 1} > 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_5(3x + 1) < 2.$$

3. Найдите  $\sin x$ , если

$$\cos x = \frac{8}{17}, \quad -\frac{\pi}{2} < x < 0.$$

4. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^2 + 18x + 7$  на промежутке  $[-5; -1]$ .

5. Найдите все функции, которые имеют одну и ту же производную:  $f(x) = x + 5$ .

## Вариант 21

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{2x - 3}{x + 7}.$$

2. Решите неравенство

$$27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}.$$

3. Решите уравнение

$$7 \cos \left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 5 \sin x + 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 7). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $-2 < f(x) \leq 1$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 3x - 5$ , график которой проходит через точку  $(4; 10)$ .

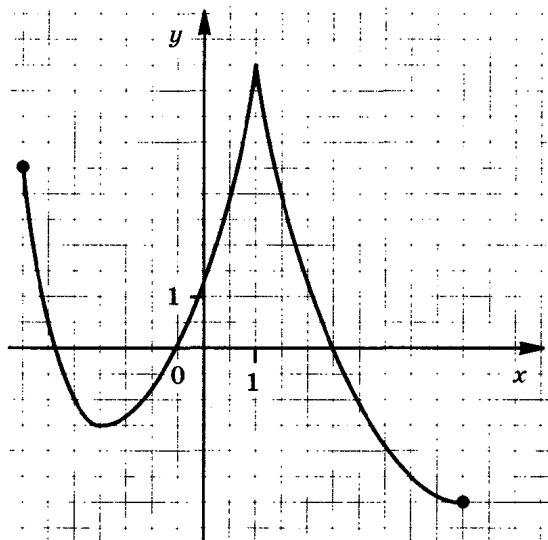


Рис. 7

## Вариант 22

1. Упростите  $a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{7}{12}} a^{-\frac{3}{4}} b^{-\frac{2}{3}}$ .

2. Решите неравенство

$$\log_5(4x + 1) > -1.$$

3. Найдите все решения уравнения

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} + x \right) + 2 = 0,$$

принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Дана функция  $f(x) = 2x^2 - x + 1$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 7.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и графиком функции  $f(x) = 2x - x^2$ .

## Вариант 23

1. Упростите  $a^{-\frac{9}{2}} b^{\frac{1}{12}} : \left( a^{-\frac{19}{4}} b^{\frac{1}{3}} \right)$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$0,2 \leq 5^{x+4} \leq 125.$$

3. Найдите все решения уравнения  $(\sin x + \cos x)^2 - 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

- область ее определения есть промежуток  $[-3; 4]$ ;
- значения функции составляют промежуток  $[-2; 5]$ ;
- значения функции отрицательны только в точках промежутка  $(0; 3)$ ;
- точки экстремума функции  $-1$  и  $2$ .

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 4 \cos x + 3$  в его точке с абсциссой

$$x = -\frac{\pi}{3}.$$

## Вариант 24

1. Упростите

$$a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{5}{24}} : \left( a^{\frac{5}{12}} b^{\frac{1}{8}} \right).$$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{5}} (2x + 3) > -3.$$

3. Решите уравнение

$$\sin(\pi + x) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

4. Дана функция  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$ . Найдите координаты точек ее графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс.

5. Найдите все первообразные функции

$$f(x) = x^4 + 3x.$$

## Вариант 25

1. Решите неравенство

$$\frac{2x^2 - 1}{x - 8} > 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{0,5} (2x) > 2.$$

3. Найдите корни уравнения

$$(\cos x - 1)^2 = \cos^2 x - 1.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-1; 8]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 2]$ ;

в) функция возрастает на промежутках  $[-1; 3]$  и  $[5; 8]$ , убывает на промежутке  $[3; 5]$ ;

г) нули функции: 3 и 7.

5. Какие из данных функций возрастают на всей области определения  $y = \sin x$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = e^x$ ,  $y = \sqrt{x}$ ?

## Вариант 26

1. Решите неравенство

$$\frac{11x^2 - x}{2 + x} \leq 0.$$

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{2} \log_2 (3x - 2) = 3.$$

3. Решите уравнение

$$\sin \frac{x}{2} + 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 8). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) < 1$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$ ,  $f'(x) > 0$ ;

г) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = -x^3 + x^2 + 8x.$$

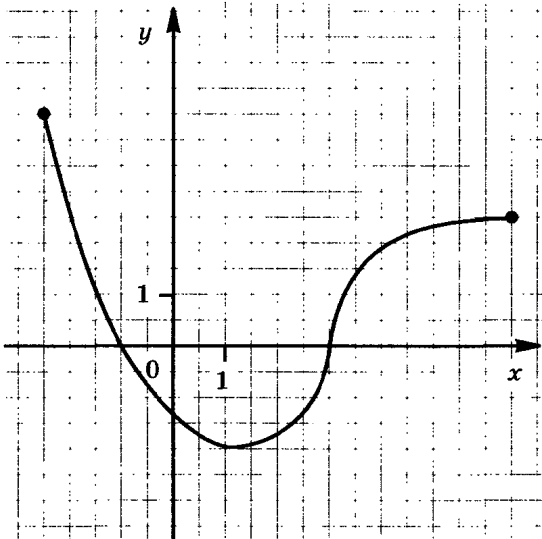


Рис. 8



## Вариант 27

1. Решите неравенство

$$\frac{4 - x^2}{2x - 3} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{1-2x} = 27^{2-x}.$$

3. Решите уравнение

$$\sin x + \sin(\pi + x) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 9). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;
- при каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$ ,  $f'(x) > 0$ ;
- в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите все первообразные функции

$$f(x) = 4x - x^2.$$

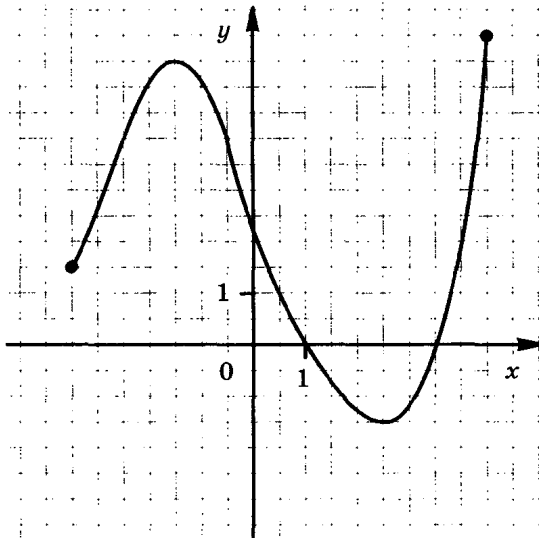


Рис. 9

## Вариант 28

1. Решите неравенство

$$\frac{3x^2 + 4x - 4}{8 + 15x} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$-\log_7(5 - x) = \log_7 2 - 1.$$

3. Найдите  $\sin x$ , если

$$\cos x = -\frac{5}{13}, \quad \pi < x < \frac{3\pi}{2}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 10). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) > 1$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- в какой точке графика касательная к нему параллельна оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Является ли функция  $F(x) = x^3 + 3x - 5$  первообразной функции  $f(x) = 3(x^2 + 1)$ ?

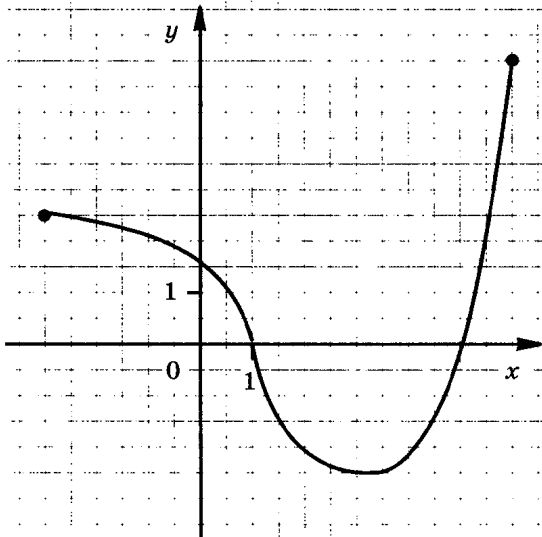


Рис. 10

## Вариант 29

1. Найдите область определения функции

$$y = \ln \frac{3x + 4}{5 - x}.$$

2. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+3x} < 8^{x-1}$ .

3. Решите уравнение

$$4 \cos^2 x - 3 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 11). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) < -2$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите точки экстремума функции

$$f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^4 - 8.$$

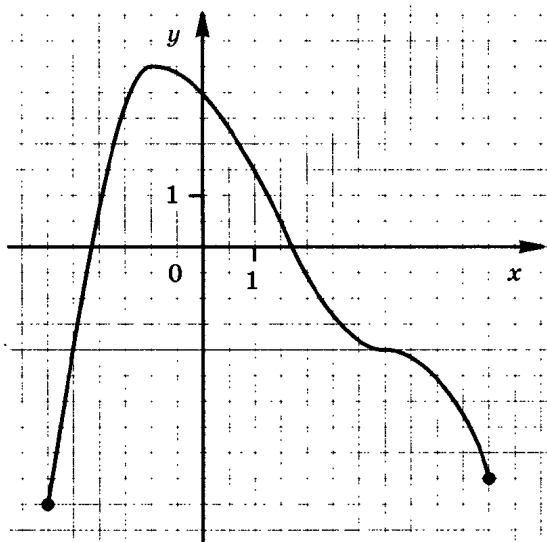


Рис. 11

## Вариант 30

1. Решите неравенство

$$\frac{(x-5)(2x+7)}{4-x} \geq 0.$$

2. Решите уравнение  $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$ .

3. Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = \frac{12}{13}$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 12). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону

$$S = 3t + t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 3 с после начала движения.

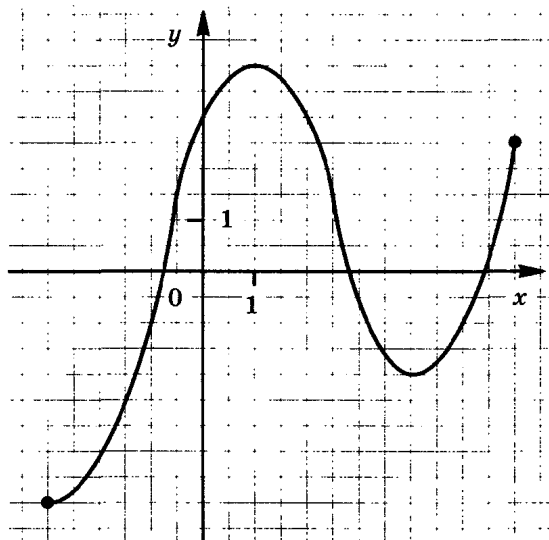


Рис. 12

## Вариант 31

1. Вычислите  $7^{0,5\log_7 9}$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$1 \leq 7^{x-3} < 49.$$

3. Решите уравнение

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin x + 1.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 13). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) > 3,5$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$ ,  $f'(x) > 0$ ;

г) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Дана функция  $f(x) = 5 + 4x - 3x^2$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен  $-5$ .

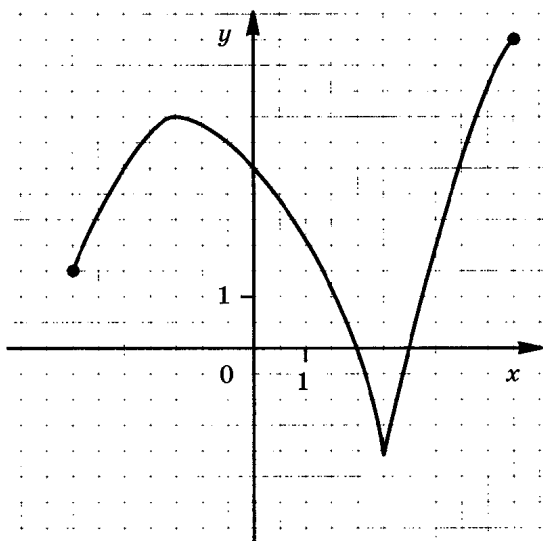


Рис. 13

### Вариант 32

1. Вычислите  $\frac{\left(a^2 b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{9}{8}}}$  при  $a = 7, b = 2$ .
2. Решите неравенство  $2 \lg 6 - \lg x > 3 \lg 2$ .
3. Решите уравнение  $\cos(\pi + x) = \sin \frac{\pi}{2}$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
- а) область определения функции есть промежуток  $[-6; 2]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 3]$ ;
  - в) функция возрастает на промежутках  $[-6; -2]$  и  $[0; 2]$ ;
  - г) точки экстремума функции:  $-2$  и  $0$ .
5. Является ли функция  $F(x) = x^4 - 3x^2 + 1$  первообразной функции  $f(x) = 4x^3 - x^2 + x$ ?

### Вариант 33

1. Найдите область определения функции  $y = \lg(x^2 - 7x)$ .
2. Найдите все целые решения неравенства
- $$\frac{1}{6} < 6^{3-x} \leq 36.$$
3. Докажите тождество  $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
- а) область определения функции есть промежуток  $[-1; 6]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 3]$ ;
  - в) функция возрастает на промежутке  $[-1; 2]$ , убывает на промежутке  $[2; 6]$ ;
  - г) значения функции положительны только в точках промежутка  $(0; 3)$ .
5. Дана функция  $f(x) = 3 - 3x - 2x^2$ . Найдите координаты точки графика этой функции, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 5.

## Вариант 34

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 5x}{2 - 8x} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{3} \log_3 (2x + 1) = 1.$$

3. Найдите корни уравнения  $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 14). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ;

в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

г) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -2$ ;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите функции, производной которых является функция

$$f(x) = 2x + x^2.$$

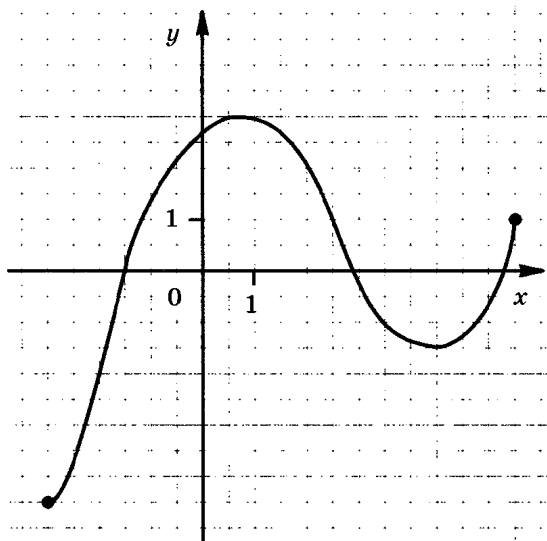


Рис. 14

## Вариант 35

1. Решите неравенство

$$\frac{24 - 6x^2}{2x + 9} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$2^{x+4} - 2^x = 120.$$

3. Решите уравнение

$$\cos x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x) = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 15). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1,5$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ;

г) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Для какой из функций

$$f(x) = 3(x^2 - 2), g(x) = 3x(x^2 - 2) \text{ и } q(x) = 3x^2 - 6x + 1$$

функция  $F(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  является первообразной?

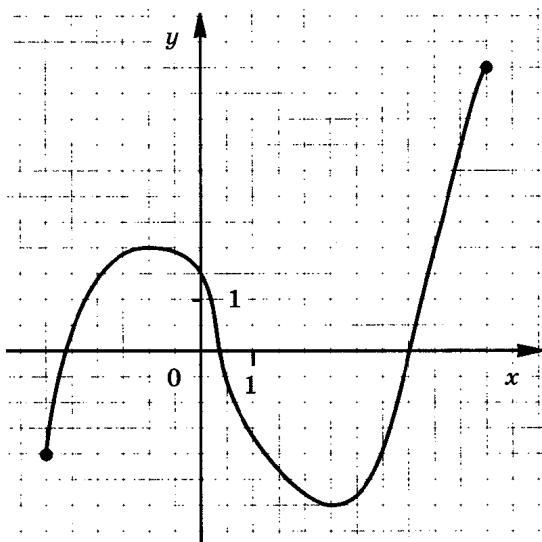


Рис. 15



## Вариант 36

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 14x - 15}{10 - 4x} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$\lg(x + 3) = 3 + 2 \lg 5.$$

3. Докажите тождество

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 16). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0,5$ ;

в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите первообразную функции

$$f(x) = x - 2x^3,$$

график которой пересекает ось ординат в точке  $(0; 3)$ .

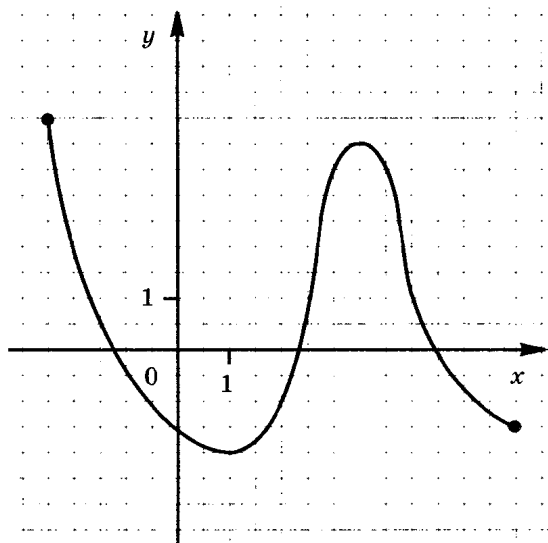


Рис. 16

### Вариант 37

1. Найдите область определения функции

$$y = \ln \frac{x+5}{7x-1}.$$

2. Решите неравенство

$$8 \cdot 2^{x-1} - 2^x > 48.$$

3. Решите уравнение

$$\sin^2 x - 6 \sin x = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 17). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0,5$ ;
- точки экстремума функции;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону

$$S = 5t - 0,5t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

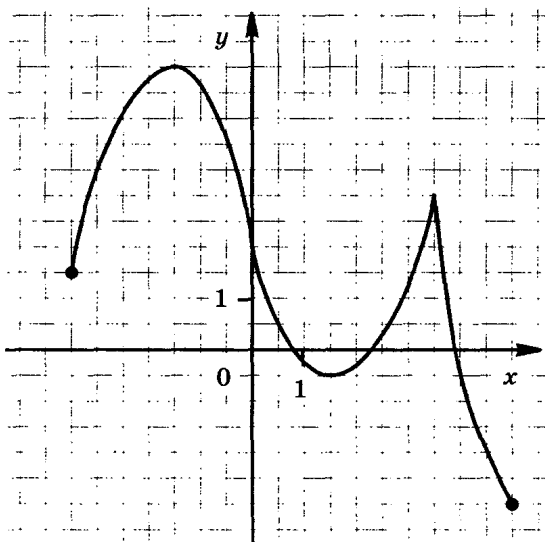


Рис. 17

### Вариант 38

1. Вычислите  $6^{\frac{1}{3}} \cdot 18^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{6}}$ .

2. Решите неравенство  $\log_{0,1} x > -1$ .

3. Найдите корни уравнения

$$(1 + \sin x)(1 + \cos x) = 1 + \sin x + \cos x,$$

принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 18). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0$ ;

в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону

$$S = 0,5t^2 + 3t + 4 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

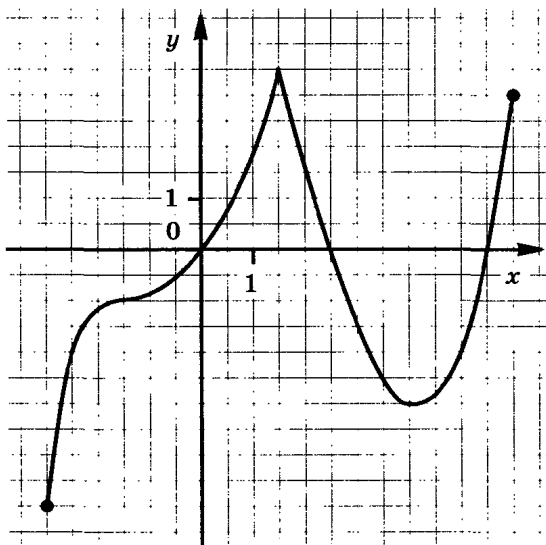


Рис. 18

## Вариант 39

1. Решите неравенство

$$\frac{(x+11)(2x-5)}{3x} \leq 0.$$

2. Решите уравнение

$$10 \cdot 5^{x-1} + 5^{x-1} = 7.$$

3. Решите уравнение

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 19). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0$ ;
- точки экстремума функции;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите значение производной функции  $f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x$  при  $x = -\frac{\pi}{4}$ .

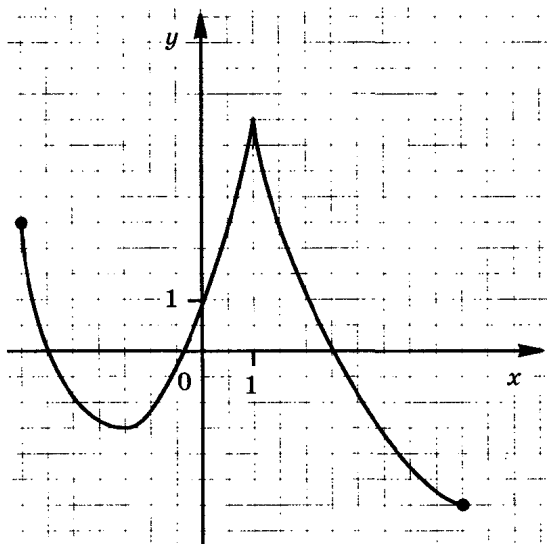


Рис. 19

## Вариант 40

1. Вычислите  $10^{\frac{1}{4}} \cdot 40^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$ .

2. Решите неравенство

$$\frac{1}{2} \lg 81 - \lg x > \lg 2.$$

3. Решите уравнение  $\sin(-x) = \cos \pi$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 3]$ ;

в) функция убывает на промежутке  $[-3; 1]$ , возрастает на промежутке  $[1; 4]$ ;

г) значения функции отрицательны только в точках промежутка  $(-1; 2)$ .

5. К графику функции  $f(x) = 3 + 7x - 4x^2$  проведена касательная с угловым коэффициентом  $-9$ . Найдите координаты точки касания.

## Вариант 41

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg(4x^2 + 11x).$$

2. Найдите все целые решения неравенства

$$0,01 < 10^{2+x} < 10\,000.$$

3. Найдите корни уравнения  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 5]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;

в) функция возрастает на промежутках  $[-2; 0]$  и  $[3; 5]$ , убывает на промежутке  $[0; 3]$ ;

г) нули функции:  $0$  и  $4$ .

5. Какие из данных функций убывают на всей области определения:  $y = 3x - 2$ ,  $y = -5x + 9$ ,  $y = x^2$ ,  $y = -x^3 + x$ ?

## Вариант 42

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 10x}{2 - 5x} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_2(2x + 1) = \log_2 3 + 1.$$

3. Решите уравнение

$$2 \sin \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 20). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ;

в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

г) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 2$ ;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Для какой из функций

$$f(x) = 4x^3 - 8x + 1, \quad g(x) = 4(x^3 - 2) \text{ и } q(x) = 4x(x^2 - 2)$$

функция  $F(x) = x^4 - 4x^2 + 1$  является первообразной?

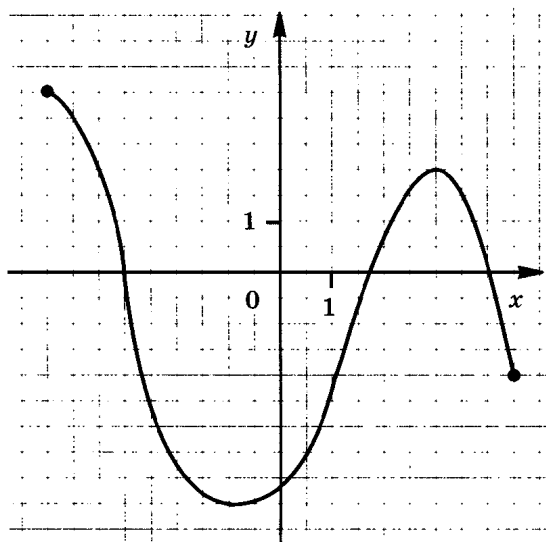


Рис. 20

### Вариант 43

1. Решите неравенство

$$\frac{4 - 49x^2}{x - 5} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$7^x - \left(\frac{1}{7}\right)^{1-x} = 6.$$

3. Решите уравнение

$$\sin x + \cos(2\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 21). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ;

г) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = -3x^3 + 6x^2 - 5x.$$

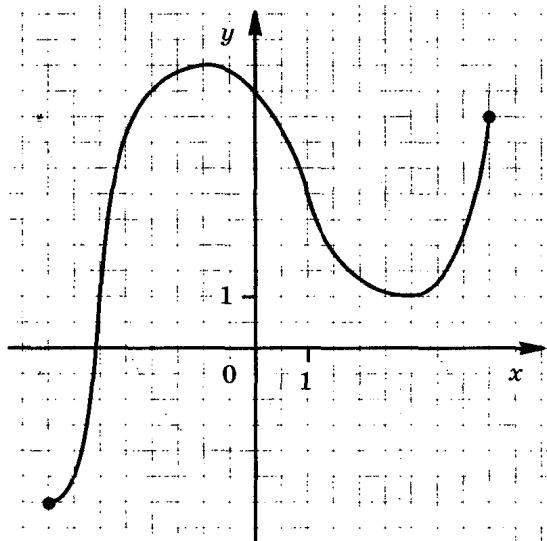


Рис. 21

### Вариант 44

1. Решите неравенство  $\frac{4x^2 - 16x + 7}{3(x + 2)} < 0$ .
2. Решите уравнение  $\lg(4x - 2) = 5 \lg 2 - 3$ .
3. Докажите тождество  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = 1$ .
4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 22).  
Укажите:
  - а) область определения функции;
  - б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 0,5$ ;
  - в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;
  - г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
  - д) наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону
$$S = t^3 - 3t + 4 \text{ (м)},$$
где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 3 с после начала движения.

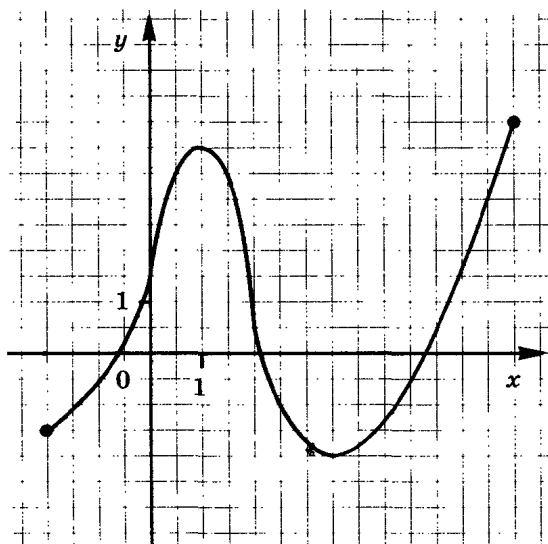


Рис. 22



## Вариант 45

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{32 - 8x}{x + 1}.$$

2. Решите неравенство

$$2^{x+1} + \frac{1}{2} \cdot 2^x < 5.$$

3. Решите уравнение

$$2 \cos^2 x - 7 \cos x = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 23). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -0,5$ ;

в) точки экстремума функции;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите точки экстремума функции

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 3.$$

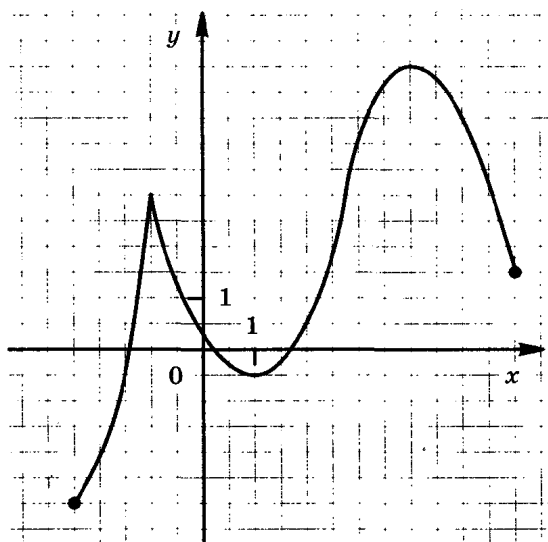


Рис. 23

## Вариант 46

1. Вычислите  $6^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot (0,25)^{\frac{1}{4}}$ .

2. Решите неравенство

$$\lg(2x + 1) < 0.$$

3. Докажите тождество

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 24). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;

в) в каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Дана функция  $f(x) = 5x^2 - 12x + 1$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 3.

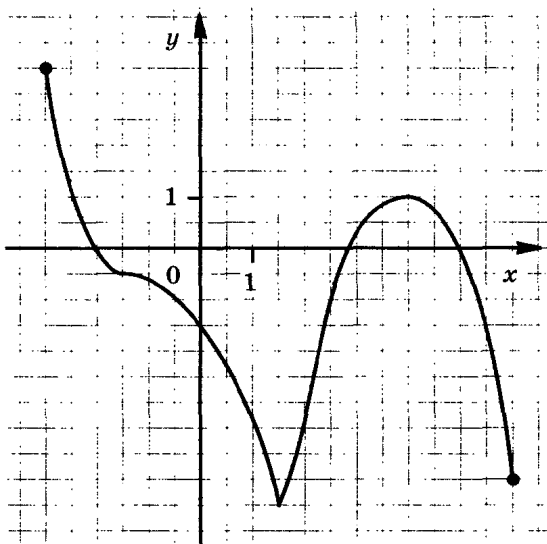


Рис. 24

## Вариант 47

1. Решите неравенство

$$\frac{x(x+2)}{1-2x} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x = 5.$$

3. Решите уравнение

$$2 \cos \left( \frac{\pi}{4} + x \right) = \sqrt{2}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 25). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 3$ ;
- точки экстремума функции;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Дана функция  $f(x) = 3x^2 + 5x - 6$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен  $-7$ .

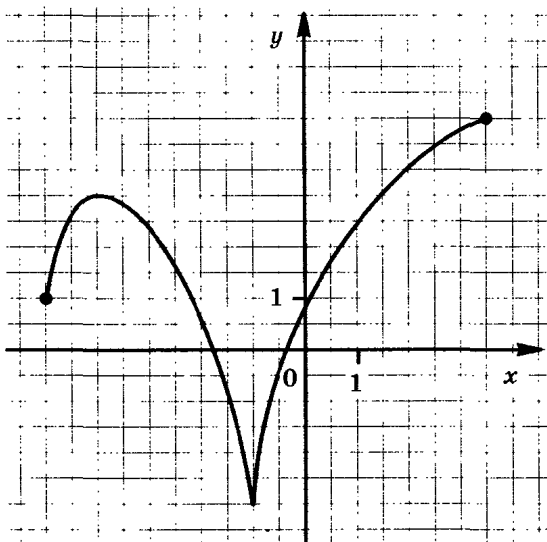


Рис. 25

### Вариант 48

1. Вычислите  $\frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{3}} + a^{\frac{2}{3}}}$  при  $a = 3$ .
2. Решите неравенство  $\lg x + 2 \lg 2 < 0,5 \lg 49 - \lg 5$ .
3. Решите уравнение  $\cos(-x) = \cos \frac{\pi}{3}$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 3]$ ;
  - в) функция убывает на промежутках  $[-4; -1]$  и  $[2; 3]$ , возрастает на промежутке  $[-1; 2]$ ;
  - г) нули функции:  $-2$  и  $2$ .
5. Найдите значение производной функции  
$$f(x) = 3x + \sqrt{x} \text{ при } x = 16.$$

### Вариант 49

1. Решите неравенство  $\frac{(x+10)(2x-3)}{2x} > 0$ .
2. Решите уравнение  $4^{5x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-4x}$ .
3. Найдите корни уравнения  $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 4]$ ;
  - в) производная функции на промежутке  $(-1; 1)$  принимает положительные значения, а на промежутках  $(-4; -1)$  и  $(1; 3)$  — отрицательные значения;
  - г) график функции имеет единственную касательную, параллельную оси абсцисс.
5. Найдите все первообразные функции  
$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + x - 1.$$

## Вариант 50

1. Решите неравенство  $\frac{16x^2 - x}{12 - x} < 0$ .
2. Решите неравенство  $\log_3(2x - 1) < 3$ .
3. Найдите корни уравнения  $2 \cos x - 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;
  - в) производная функции на промежутке  $(0; 2)$  принимает положительные значения, а на промежутках  $(-3; 0)$  и  $(2; 4)$  — отрицательные значения;
  - г) график функции имеет единственную касательную, параллельную оси абсцисс.
5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 10x^4 + x$ , значение которой при  $x = 0$  равно 6.

## Вариант 51

1. Решите неравенство  $\frac{5x^2 + 4x - 1}{7 - 2x} < 0$ .
2. Решите уравнение  $\lg(2 - x) = 2 \lg 4 - \lg 2$ .
3. Докажите тождество  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-1; 6]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;
  - в) производная функции на промежутке  $(1; 3)$  принимает отрицательные значения, а на промежутках  $(-1; 1)$  и  $(3; 6)$  — положительные значения;
  - г) прямые, параллельные оси абсцисс, касаются графика в точках  $(1; 4)$  и  $(3; -4)$ .
5. Найдите производную функции  $f(x) = e^x \cos x$ .

## Вариант 52

1. Решите неравенство  $\frac{8 - 32x^2}{x - 10} > 0$ .

2. Решите уравнение  $3^{x+2} + 3^x = 810$ .

3. Решите уравнение

$$\sin x + \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 5]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 4]$ ;

в) производная функции на промежутке  $(1; 3)$  принимает отрицательные значения, а на промежутках  $(-2; 1)$  и  $(3; 5)$  — положительные значения;

г) прямые, параллельные оси абсцисс, касаются графика в точках  $(1; 4)$  и  $(3; 1)$ .

5. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 4 \sin x - \cos x$$

при  $x = -\frac{\pi}{4}$ .

## Вариант 53

1. Найдите область определения функции  $y = \lg \frac{x-1}{8x+1}$ .

2. Решите неравенство  $9 \cdot 3^{x-1} + 3^x < 36$ .

3. Решите уравнение  $2 \cos^2 x - 1 = 0$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-1; 6]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;

в) производная функции на промежутке  $(1; 3)$  принимает положительные значения, а на промежутках  $(-1; 1)$  и  $(3; 6)$  — отрицательные значения;

г) прямые, параллельные оси абсцисс, касаются графика в точках  $(1; -1)$  и  $(3; 2)$ .

5. Найдите производную функции  $f(x) = x^2 \ln x$ .

## Вариант 54

1. Вычислите  $\frac{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}}$  при  $a = 4$ ,  $b = 11$ .

2. Решите неравенство  $2 \lg x > 1$ .

3. Найдите все решения уравнения  $\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-1; 6]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;

в) производная функции на промежутках  $(-1; 1)$  и  $(1; 3)$  принимает положительные значения, а на промежутке  $(3; 6)$  — отрицательные значения;

г) нули производной функции: 1 и 3.

5. Найдите производную функции  $f(x) = 2x^2 + \sin x$ .

## Вариант 55

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg(2x^2 + 9x).$$

2. Найдите все целые решения неравенства

$$1 < 10^{x+1} \leq 1\,000\,000.$$

3. Найдите корни уравнения  $\operatorname{tg} x + 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 5]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;

в) производная функции на интервалах  $(-3; -1)$  и  $(-1; 3)$  положительна, а на интервале  $(3; 5)$  — отрицательна;

г)  $-1$  — единственный нуль производной функции.

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 6 \sin x - \cos x$  в его точке с абсциссой  $x = \frac{\pi}{3}$ .

## Вариант 56

1. Вычислите  $12^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} \cdot (0,5)^{\frac{1}{3}}$ .

2. Решите неравенство

$$2 \lg 0,5 + \lg x > \lg 5.$$

3. Решите уравнение

$$\cos(-x) = \sin \frac{\pi}{2}.$$

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

- а) область определения функции есть промежуток  $[-5; 3]$ ;
- б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 2]$ ;
- в) производная функции на интервалах  $(-5; -3)$  и  $(-3; 0)$  отрицательна, а на интервале  $(0; 3)$  — положительна;
- г)  $-3$  — единственный нуль производной функции.

5. Найдите все функции, имеющие производную, равную

$$x^2 - 4x.$$

## Вариант 57

1. Решите неравенство

$$\frac{(x-5)(3x-1)}{9-x} > 0.$$

2. Решите уравнение  $9^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{2-x}$ .

3. Найдите  $\sin x$ , если  $\cos x = 0,6$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

- а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
- б) значения функции составляют промежуток  $[-1; 4]$ ;
- в) функция возрастает на промежутке  $[-1; 1]$ , убывает на промежутках  $[-4; -1]$  и  $[1; 3]$ ;
- г) нули функции:  $-1$  и  $2$ .

5. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 6 \sin x + \operatorname{tg} x \text{ при } x = -\frac{\pi}{6}.$$



## Вариант 58

1. Решите неравенство

$$\frac{3x^2 + 4x}{9 - x} > 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{0,25} (3x - 5) > -3.$$

3. Решите уравнение

$$2 \cos \frac{x}{2} + 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 26). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) > 0$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) координаты точек графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 1 + 8x - x^2$  на промежутке  $[2; 5]$ .

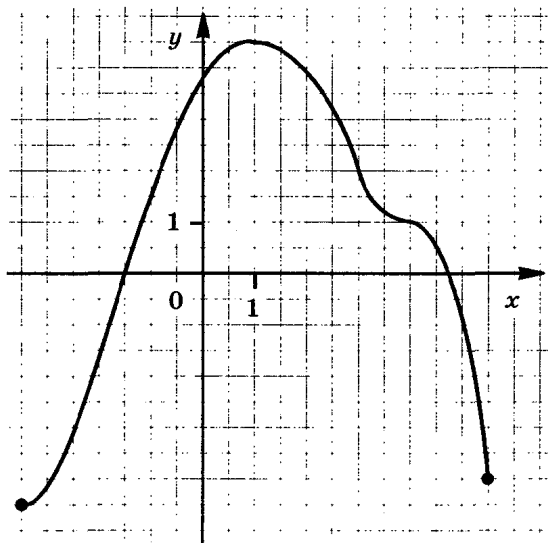


Рис. 26

## Вариант 59

1. Решите неравенство

$$\frac{9 - 25x^2}{x + 4} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$128 \cdot 16^{2x+1} = 8^{3-2x}.$$

3. Решите уравнение

$$\cos x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 27). Укажите:

- область определения функции;
  - при каких значениях  $x$   $f(x) > 0$ ;
  - промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
  - координаты точек графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс;
  - наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$  на промежутке  $[1; 4]$ .

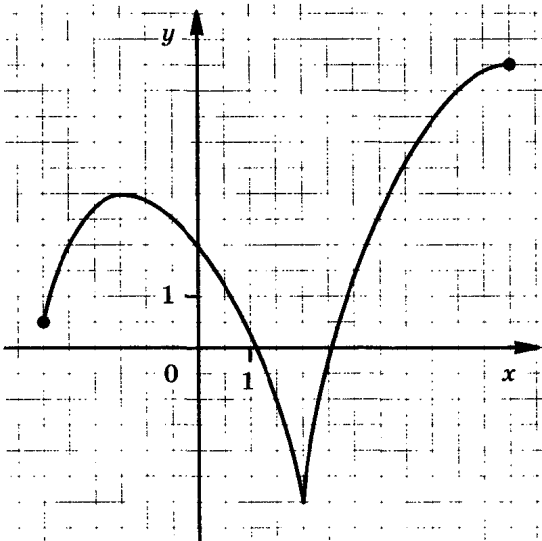


Рис. 27

## Вариант 60

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{6 + 3x} > 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_5(1 - 3x) \leq 2.$$

3. Докажите тождество

$$\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 28). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) > 0$ ;
- промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
- координаты точек графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите точки экстремума функции

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2.$$

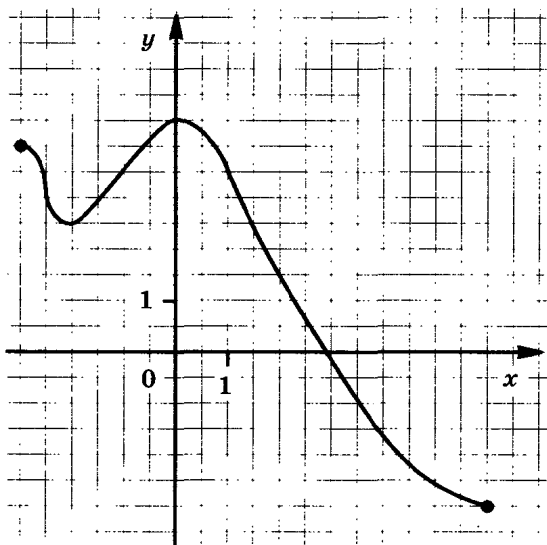


Рис. 28

## Вариант 61

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{5 - 4x}{12x + 1}.$$

2. Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > 9^{2x-1}.$$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x + 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 29).

Укажите:

- область определения функции;
  - при каких значениях  $x$   $f(x) > 0$ ;
  - промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
  - точки экстремума функции;
  - наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Найдите все первообразные функции

$$f(x) = x^5 + 2x.$$

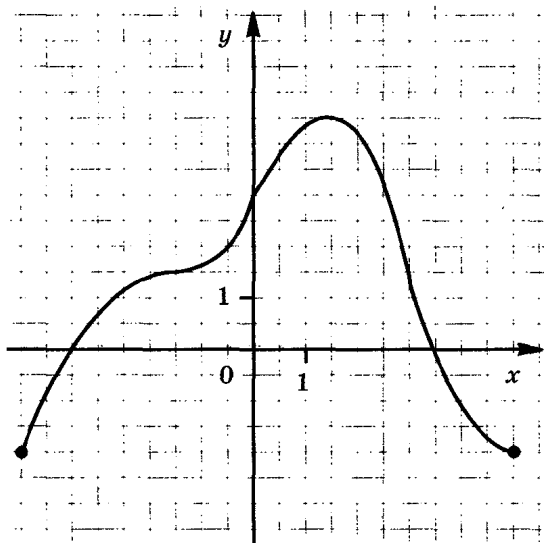


Рис. 29

## Вариант 62

1. Вычислите  $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{\frac{1}{6}}}$ .

2. Решите неравенство

$$\lg 2x < 2 \lg 7 + 1.$$

3. Найдите все решения уравнения  $\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 30). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -2$ ;

в) промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;

г) точки экстремума функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. К функции  $y = 2 \sin x + 3 \cos x$  проведены касательные в точках с абсциссами  $x_1 = \frac{\pi}{2}$  и  $x_2 = \frac{3\pi}{2}$ . Являются ли эти касательные параллельными прямыми?

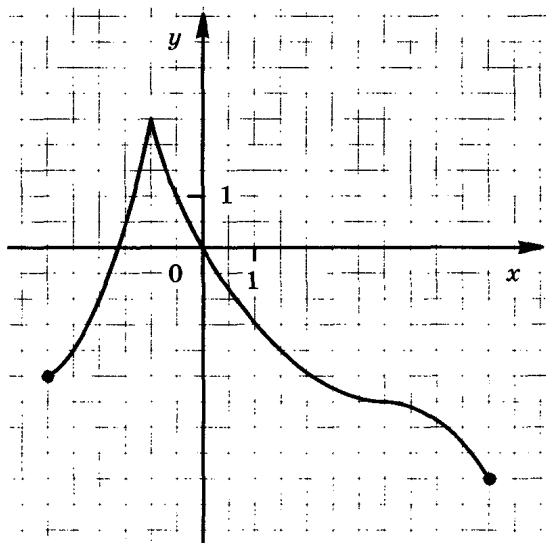


Рис. 30

## Вариант 63

1. Вычислите  $3^{2\log_9 12}$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$0,04 \leq 5^{2-x} \leq 25.$$

3. Докажите тождество

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 31).

Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -2,5$ ;

в) промежутки, на которых производная  $f'(x)$  принимает положительные, отрицательные значения;

г) точки экстремума функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите функции, имеющие производную

$$y = 3x + x^2.$$

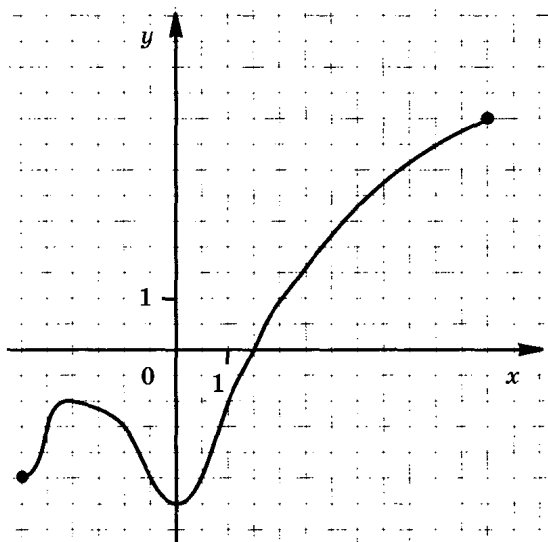


Рис. 31

## Вариант 64

1. Решите неравенство

$$x^3 + 9x^2 + 14x < 0.$$

2. Решите неравенство

$$\frac{1}{2} \lg 0,64 + \lg x > \lg 5.$$

3. Решите уравнение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 32). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;
- промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
- координаты точек графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите все функции, имеющие производную

$$y = x^2 - 3x.$$

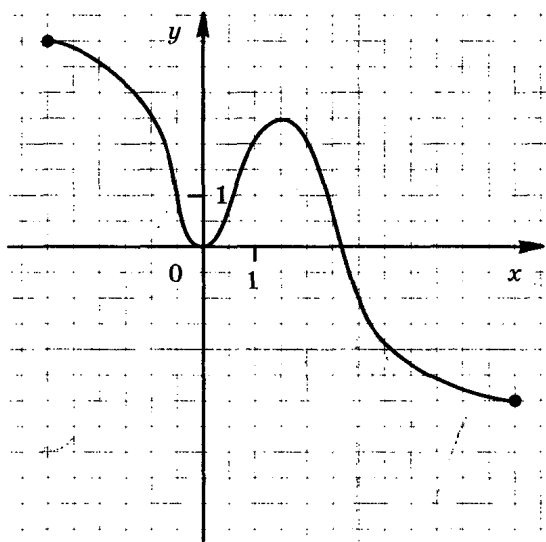


Рис. 32

## Вариант 65

1. Решите неравенство

$$\frac{(x-6)(4x+7)}{9-x} \leq 0.$$

2. Решите уравнение  $2^{7-5x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+1} = 0$ .

3. Найдите корни уравнения  $3 \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 33). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) > 2$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- координаты точек графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Дана функция  $f(x) = 3 + 5x + 3x^2$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен  $-7$ .

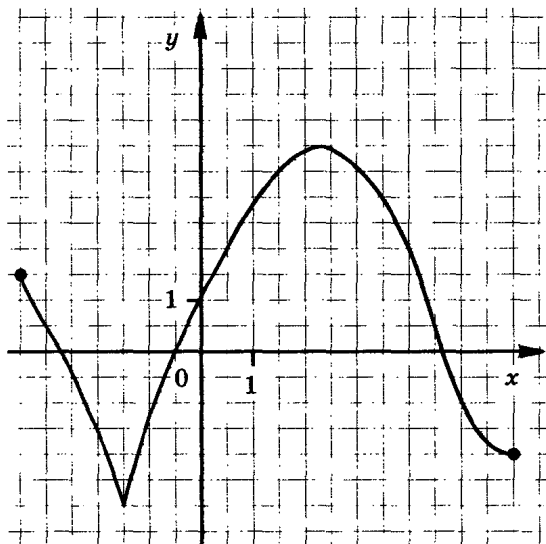


Рис. 33



## Вариант 66

1. Вычислите  $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}}$ .

2. Решите неравенство  $\log_2(1 - 2x) > 0$ .

3. Найдите все решения уравнения  $\sin x + 0,5 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Изобразите график непрерывной функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 3]$ ;

в)  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-3; 0)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 4)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;

г) нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 5x + x^2$ , график которой проходит через точку  $(0; 3)$ .

## Вариант 67

1. Решите неравенство  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x + 4} < 0$ .

2. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) \geq -2$ .

3. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0,$$

принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Найдите производную функции  $f(x) = x^3 \ln x$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  и прямой  $x = 2$ .

### Вариант 68

1. Решите неравенство  $\frac{3x^2 - 12}{1 - 11x} > 0$ .
2. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+1} = 36^{x-1}$ .
3. Решите уравнение  $\sin x + \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1$ .
4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-5; 2]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-2; 5]$ ;
  - в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-3; -1)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-5; -3)$  и  $(-1; 2)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = -3$ ;
  - г) нули функции:  $x = -4$  и  $x = -1$ .
5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 2x + x^3$ .

### Вариант 69

1. Вычислите  $\frac{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{5}{4}}}{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{4}{4}}}$  при  $b = 2, c = 5$ .
2. Решите неравенство  $\lg(3 - 2x) < 2$ .
3. Найдите все решения уравнения  $\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 4]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 4]$ ;
  - в)  $f'(x)$  положительна на  $(-2; 0)$  и на  $(3; 4)$ , отрицательна на  $(0; 3)$ , равна нулю при  $x = 0$  и при  $x = 3$ ;
  - г) нули функции:  $-1$  и  $2$ .
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 + 8x + 16$  и прямой  $x = -2$ .

## Вариант 70

1. Вычислите  $\left(27^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} \cdot 2\right)^{\frac{5}{6}}$ .

2. Решите неравенство  $\lg x + 0,5 \lg 16 < \lg 80 - \lg 2$ .

3. Решите уравнение  $\sin(-x) = \sin 2\pi$ .

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-5; 4]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 5]$ ;

в)  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-1; 2)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-5; -1)$  и  $(2; 4)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;

г) нули функции:  $-1$  и  $3$ .

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 3x^2 - 5$ , график которой проходит через точку  $(2; 10)$ .

## Вариант 71

1. Вычислите  $\left(72^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 36^{\frac{1}{6}} : 2^{\frac{4}{3}}$ .

2. Решите неравенство  $\log_6(5x - 2) > 3 \log_6 2 + 2$ .

3. Решите уравнение  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin \frac{\pi}{4}$ .

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 5]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 2]$ ;

в)  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(3; 5)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-2; 0)$  и  $(0; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$ ;

г) нули функции:  $x = 0$  и  $x = 4$ .

5. Найдите какую-нибудь первообразную функции

$$f(x) = 2x^3 + x^2 + 3,$$

которая принимает положительное значение при  $x = -1$ .

## Вариант 72

1. Вычислите  $8^{\frac{1}{3}\log_2 6}$ .
2. Найдите все целые решения неравенства  $\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$ .
3. Найдите решения уравнения  $(\sin x - \cos x)^2 - 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .
4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 3]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;
  - в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из интервала  $(-3; 0)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из интервалов  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;
  - г) нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .
5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = x^5 - x^2$ .

## Вариант 73

1. Решите неравенство  $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x - 3} < 0$ .
2. Решите уравнение  $\log_2(7x - 4) = 2 + \log_2 13$ .
3. Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = -0,8$ ,  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ .
4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:
  - а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 4]$ ;
  - б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 5]$ ;
  - в) функция убывает на промежутках  $[-4; -1]$  и  $[2; 4]$ , возрастает на промежутке  $[-1; 2]$ ;
  - г) нули функции:  $-2$  и  $2$ .
5. Дана функция  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ . Найдите координаты точек ее графика, в которых касательные к нему параллельны оси абсцисс.

## Вариант 74

1. Решите неравенство

$$\frac{8x^2 - 2x - 1}{x} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_2 3 - \log_2 (2 - 3x) = 2 - \log_2 (4 - 3x).$$

3. Решите уравнение  $3 \operatorname{tg} 2x - \sqrt{3} = 0$ .

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;

б) все значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;

в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; 0)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$  и при  $x = 2$ ;

г) нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 3x^4 - 1$ .

## Вариант 75

1. Решите неравенство

$$\frac{(x - 11)(3x - 8)}{6 - x} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \cdot 2^x = 48.$$

3. Найдите  $\sin x$ , если  $\cos x = -\frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ .

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 2 \ln x$  в его точке с абсциссой  $x = 2$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 3$  и осью абсцисс.

## Вариант 76

1. Решите неравенство

$$\frac{3x + 12x^2}{x + 4} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_3(12 - 5x) = 2.$$

3. Докажите тождество  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 34).  
Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите точки экстремума функции

$$f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 6.$$

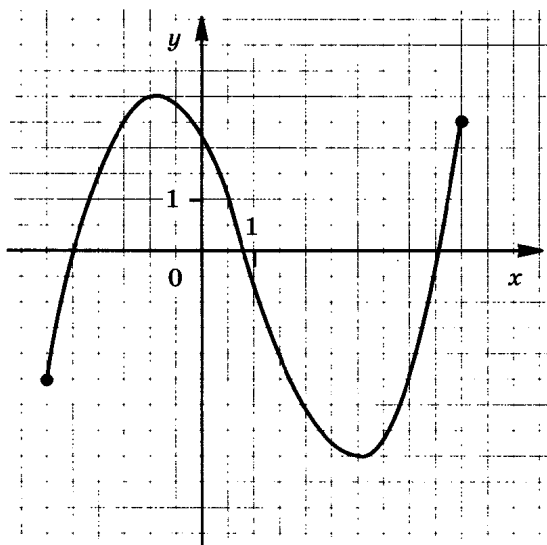


Рис. 34

## Вариант 77

1. Решите неравенство

$$\frac{(x+5)(x-6)}{6x-1} \leq 0.$$

2. Решите уравнение

$$243 \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{3x-2} = 27^{x+3}.$$

3. Найдите корни уравнения  $2\cos x = -1$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 35). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq 2,5$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 5 - 8x - x^2$  на промежутке  $[-6; -3]$ .

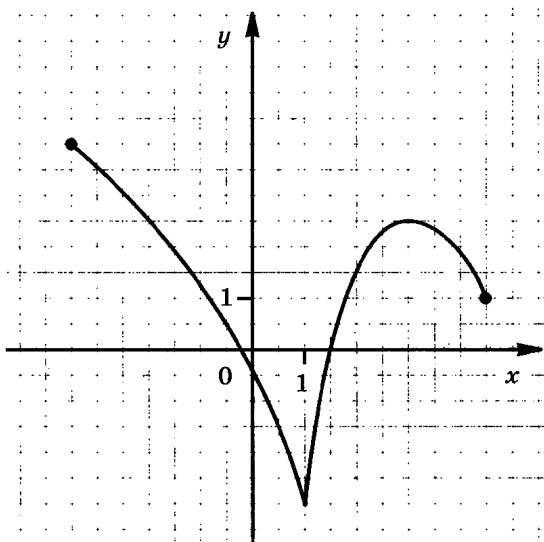


Рис. 35

## Вариант 78

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 25}{6x + 1} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$16 \cdot 8^{2+3x} = 1.$$

3. Решите уравнение

$$\cos(3\pi + x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 36). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $1 \leq f(x) \leq 2,5$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 9x.$$

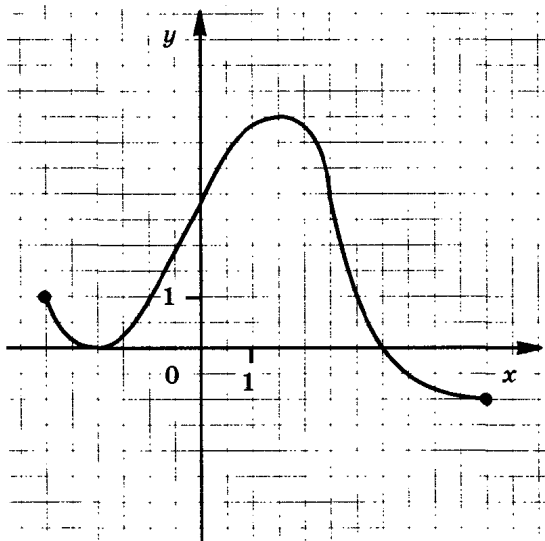


Рис. 36



## Вариант 79

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 14x + 48}{x + 7} > 0.$$

2. Решите уравнение  $\log_3(4 - 2x) - \log_3 2 = 2$ .

3. Найдите корни уравнения  $\sin^2 x - \cos x = 1$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 37). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) точки, касательные в которых параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону

$$S = 12t - 3t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

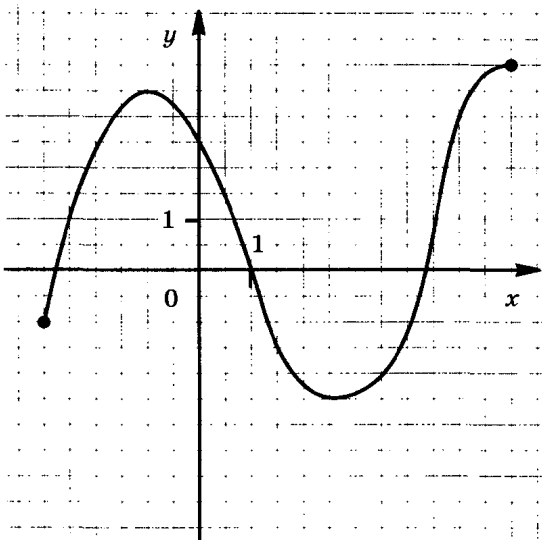


Рис. 37

## Вариант 80

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{3x + 1}{x - 4}.$$

2. Решите неравенство  $10^{3x+1} > 0,001$ .

3. Найдите все решения уравнения  $3 \operatorname{tg}^2 x - 1 = 0$ , принадлежащие промежутку  $[0; 2\pi]$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 38). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) точки, касательные в которых параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от него до некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону

$$S = 1 + 4t - t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Через какое время после начала движения тело остановится?

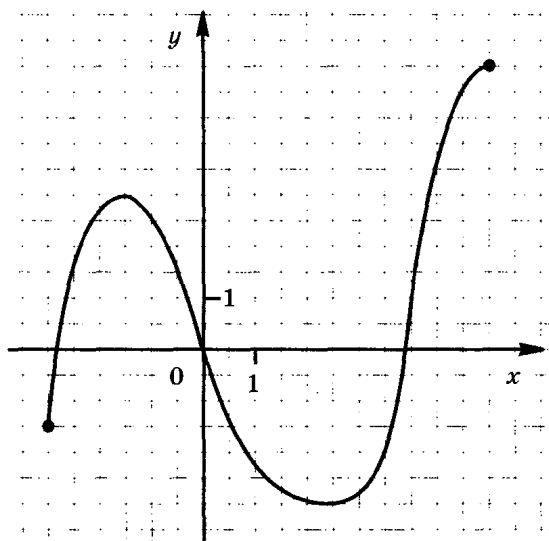


Рис. 38

## Вариант 81

1. Вычислите  $\left(27^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}}$ .

2. Решите неравенство

$$\log_{0,5}(2x + 1) > -2.$$

3. Докажите тождество  $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 39). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 1$ ;

в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

г) точки, касательные в которых параллельны оси абсцисс;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Дана функция  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 3.

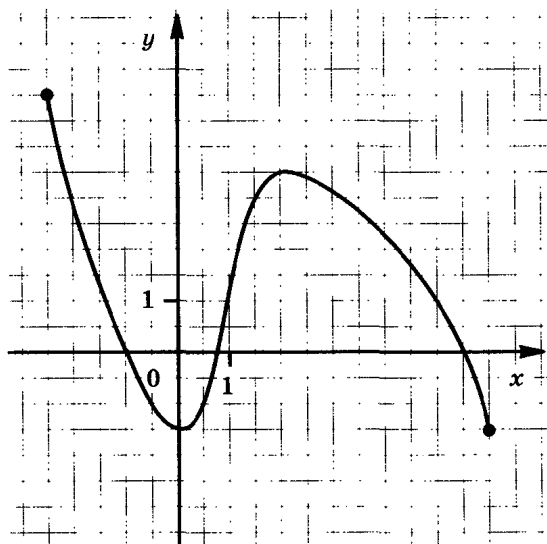


Рис. 39

## Вариант 82

1. Вычислите  $7^{-2\log_7 5}$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$\frac{1}{8} < 2^{x-1} \leq 16.$$

3. Решите уравнение

$$2 \sin x - \sin^2 x = \cos^2 x.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 40). Укажите:

- область определения функции;
  - при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 3$ ;
  - промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
  - при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
  - наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Дана функция  $f(x) = 1 - 5x + 3x^2$ . Найдите координаты точки ее графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 1.

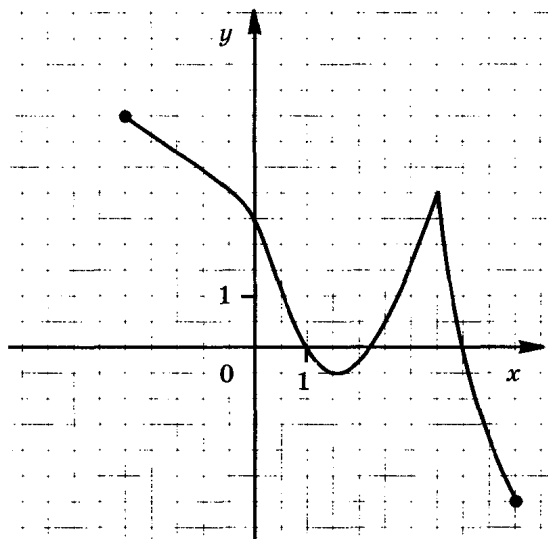


Рис. 40

### Вариант 83

1. Вычислите  $\frac{2a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}}}$  при  $a = 4$ .

2. Решите неравенство

$$\log_3(5x - 6) < \log_3 2 + 3.$$

3. Решите уравнение

$$\sin(\pi + x) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 41).  
Укажите:

- а) область определения функции;
  - б) при каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;
  - в) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
  - г) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
  - д) наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Найдите производную функции

$$f(x) = x^2 \ln x.$$

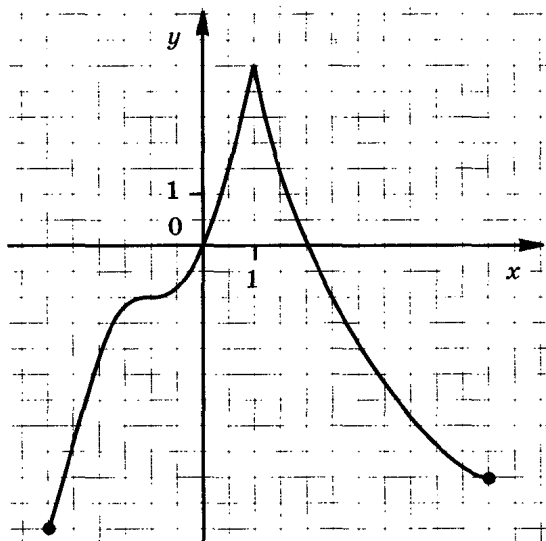


Рис. 41

## Вариант 84

1. Решите неравенство

$$\frac{(x-2)(x-9)}{4x-5} \geq 0.$$

2. Решите уравнение  $2 \cdot 5^{x+2} - 10 \cdot 5^x = 8$ .

3. Решите уравнение  $2 \cos(\pi + 2x) = 1$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 42). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -1$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону

$$S = 4 + 3t - 0,5t^2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

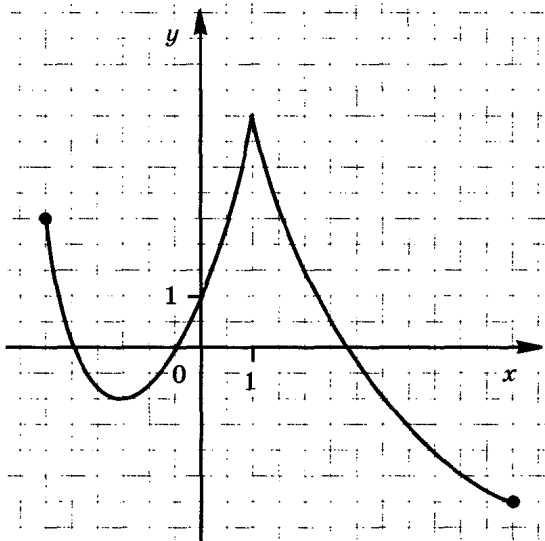


Рис. 42

## Вариант 85

1. Решите неравенство

$$\frac{9x^2 - 1}{x - 6} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$25^{1-3x} = \frac{1}{125}.$$

3. Решите уравнение  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 43). Укажите:

- область определения функции;
- при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 3,5$ ;
- при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 4 - x^2$ , график которой проходит через точку  $(-3; 10)$ .

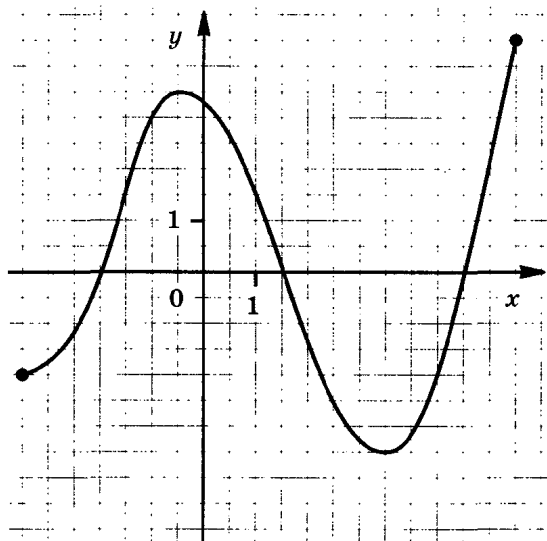


Рис. 43

## Вариант 86

1. Вычислите  $a^{\frac{7}{3}} + a^{\frac{1}{3}}$  при  $a = 2$ .

2. Решите неравенство

$$\log_7(2x - 1) < 2.$$

3. Решите уравнение  $\cos(\pi + x) = \sin \frac{\pi}{2}$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

- а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
- б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 2]$ ;
- в) функция возрастает на промежутках  $[-4; -2]$  и  $[-1; 3]$ , убывает на промежутке  $[-2; -1]$ ;
- г) значения функции отрицательны только в точках промежутков  $[-4; -2]$  и  $(-2; 1)$ .

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону

$$S = 0,5t^2 + 3t + 2 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Через какое время после начала движения скорость тела окажется равной  $15$  м/с?

## Вариант 87

1. Вычислите  $16^{0,5 \log_4 10}$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$0,5 < 2^{1-x} \leq 32.$$

3. Решите уравнение  $\sin x - \sin^2 x = \cos^2 x$ .

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$  в его точке с абсциссой  $x = -1$ .

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = -x^3 + 9x^2 + 21x.$$



## Вариант 88

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{3x + 1}{1 - 3x}.$$

2. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{25}\right)^{2-x} < 125^{x+1}$ .

3. Докажите тождество  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ .

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;

в)  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; 0)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$  и при  $x = 2$ ;

г) нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = 5x + 7$ , график которой проходит через точку  $(-2; 4)$ .

## Вариант 89

1. Вычислите  $\frac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{5}{5}} + 2a^{-\frac{1}{5}}}$  при  $a = 5$ .

2. Решите неравенство  $\lg(0,5x) < -2$ .

3. Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ .

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-3; 3]$ ;

в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-3; -1)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-4; -3)$  и  $(-1; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = -3$ ;

г) нули функции:  $-3$  и  $1$ .

5. Найдите первообразную функции  $f(x) = x - x^2$ , график которой проходит через точку  $(2; 10)$ .

## Вариант 90

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{x+1}{2x-1}.$$

2. Решите неравенство

$$32^{2x+3} < 0,25.$$

3. Решите уравнение

$$4 \sin^2 x = 3.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 44). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $-1,5 \leq f(x) \leq 4$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Для какой из функций

$$f(x) = 6(x^2 - 1), \quad g(x) = 6x^2 - 6x + 1 \quad \text{и} \quad q(x) = 6x(x - 1)$$

функция  $F(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$  является первообразной?

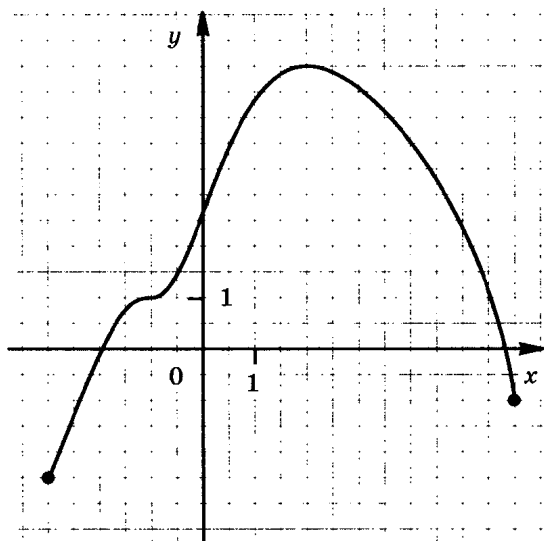


Рис. 44

## Вариант 91

1. Вычислите  $3^{\frac{1}{2} \log_3 4}$ .

2. Найдите все целые решения неравенства

$$\frac{1}{3} < 3^{3+x} < 9.$$

3. Решите уравнение

$$\cos x + \cos^2 x = \frac{1}{2} - \sin^2 x.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 45).

Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $-1 \leq f(x) < 2$ ;

в) при каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. К графику функции  $f(x) = 1 - 5x - x^2$  проведена касательная с угловым коэффициентом 9. Найдите координаты точки касания.

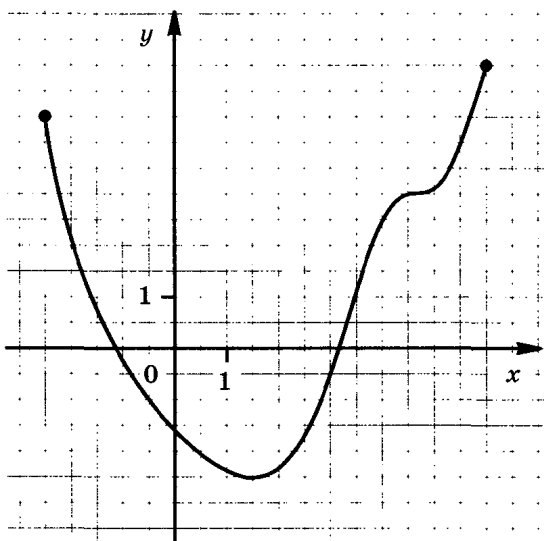


Рис. 45

## Вариант 92

1. Решите неравенство

$$\frac{x(4x - 11)}{x - 7} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$16^{5-3x} = 0,125^{5x-6}.$$

3. Докажите тождество

$$\sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 46).  
Укажите:

- область определения функции;
  - при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 4$ ;
  - промежутки, на которых производная  $f'(x)$  принимает положительные, отрицательные значения;
  - точки экстремума функции;
  - наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Найдите значение производной функции  $f(x) = x^3 \ln x$  при  $x = 4$ .

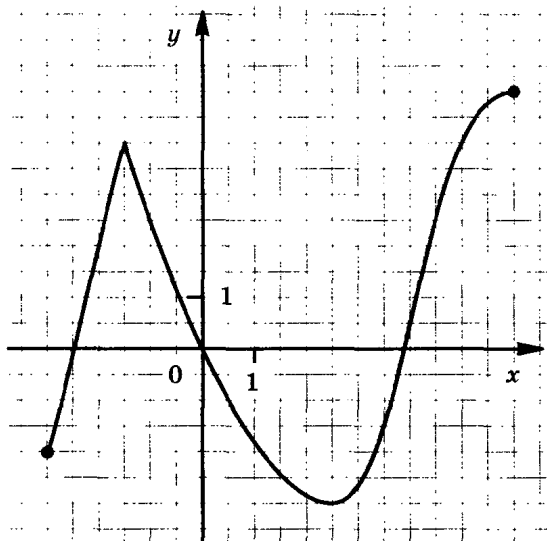


Рис. 46

## Вариант 93

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 19x + 84}{2(x - 5)} > 0.$$

2. Решите уравнение

$$\lg(5x + 2) = \frac{1}{2} \lg 36 + \lg 2.$$

3. Докажите тождество  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 47). Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) \leq -2$ ;

в) координаты точек, в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс;

г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и графиком функции  $f(x) = -x^2 + 5x$ .

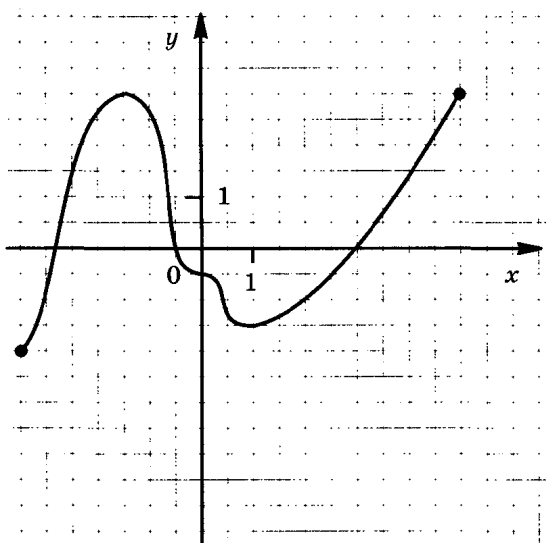


Рис. 47

## Вариант 94

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \frac{4 - 5x}{x - 3}.$$

2. Решите неравенство

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10.$$

3. Решите уравнение

$$2 \sin^2 x - 1 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 48).

Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях  $x$   $f(x) > 0$ ;

в) промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;

г) точки экстремума функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите все функции, имеющие производную

$$y' = 2x - x^2.$$

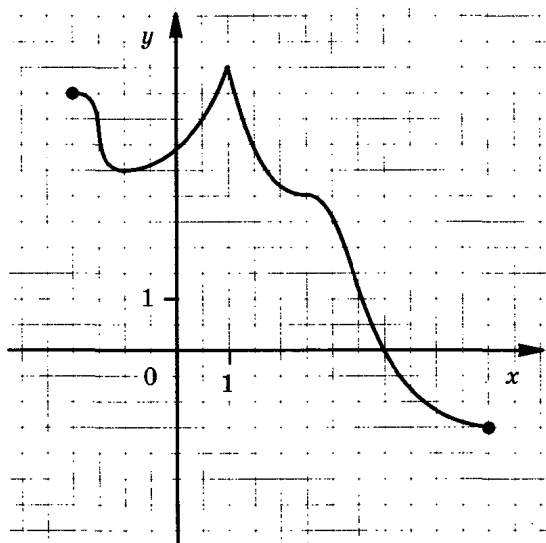


Рис. 48

## Вариант 95

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg(x^2 - 8x).$$

2. Найдите все целые решения неравенства

$$6 \leq 6^{1-x} < 216.$$

3. Решите уравнение

$$\sin^2 x - 0,25 = 0.$$

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 49).

Укажите:

- область определения функции;
  - при каких значениях  $x$   $f(x) < 0$ ;
  - промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
  - точки экстремума функции;
  - наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Какие из данных функций возрастают на всей области определения:

$$y = 6x, y = -3x + 1, y = -3x^2, y = x^3 + x?$$

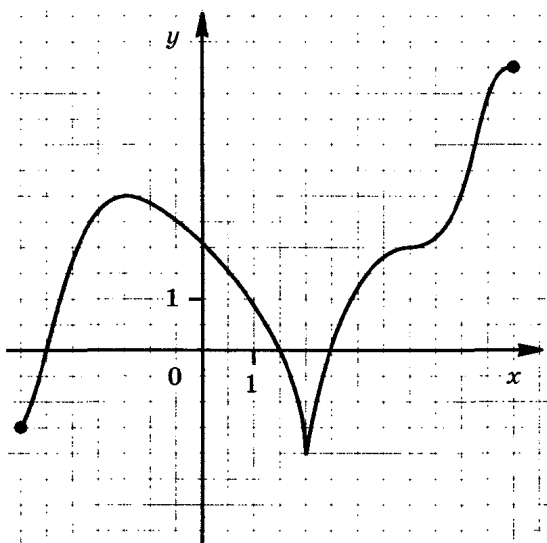


Рис. 49

## Вариант 96

1. Решите неравенство

$$\frac{7x + x^2}{12x - 1} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}16 = 5.$$

3. Доказать тождество  $\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ .

4. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-5; 2]$ ;

в) функция убывает на промежутках  $[-3; -1]$  и  $[2; 4]$ ,  
возрастает на промежутке  $[-1; 2]$ ;

г) нули функции:  $-1$  и  $3$ .

5. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону

$$S = 0,5t^2 - 3t + 8 \text{ (м)},$$

где  $t$  — время движения в секундах. Найдите минимальное расстояние, на которое тело приблизится к точке  $A$ .



# 2

## Задания 6, 7 для экзамена «Математика»

### Вариант 1

6. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4 и 5, расположенных на стержнях  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$ , которые не принадлежат одной плоскости (рис. 50). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.
7. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости квадрата  $ABCD$ ,  $\angle ABM = 30^\circ$ . Найдите тангенс угла  $ACM$ .

### Вариант 2

6. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4, 5 и 6, расположенных на стержнях  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$ , которые не принадлежат одной плоскости (рис. 51). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.
7. Сторона квадрата равна 4 см. Точка, равноудаленная от всех вершин квадрата, находится на расстоянии 6 см от точки пересечения его диагоналей. Найдите расстояния от этой точки до вершин квадрата.

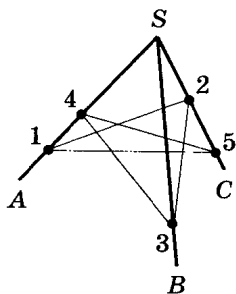


Рис. 50

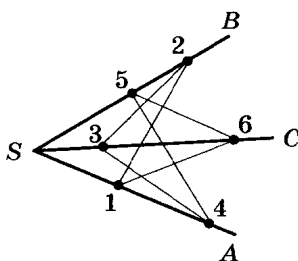


Рис. 51

### Вариант 3

6. В кубе  $ABCD A' B' C' D'$  из вершины  $D'$  проведены диагонали граней  $D'A$ ,  $D'B'$  и  $D'C$ . Сделайте рисунок. Как называется многогранник с вершинами  $D'$ ,  $A$ ,  $B'$ ,  $C$ ? Имеет ли этот многогранник равные ребра? равные грани?
7. Треугольник  $ABC$  — прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 4 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника и равен 2 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ .

### Вариант 4

6. В кубе  $ABCD A' B' C' D'$  отмечены следующие точки:  $K$  — центр грани  $BCC'B'$ ,  $L$  — центр грани  $DCC'D'$  и  $M$  — центр грани  $ABCD$ . Сделайте рисунок. Как называется многогранник  $SKLM$ ? Имеет ли этот многогранник равные ребра? равные грани?
7. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объем цилиндра.

### Вариант 5

6. Точки пересечения высот всех граней правильной треугольной пирамиды являются вершинами некоторого многогранника. Как называется этот многогранник? Имеет ли он равные ребра? равные грани?
7. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Точка  $C$  делит его в отношении  $2:1$ , считая от точки  $A$ . Через точки  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $AC_1$  равна 12 см. Найдите длину отрезка  $AB_1$ .

### Вариант 6

6. Вершинами некоторого многогранника являются центр верхней грани куба и середины всех сторон нижней его грани. Как называется этот многогранник? Сделайте рисунок и обозначьте равные ребра многогранника; укажите, какие грани этого многогранника равны между собой.
7. Треугольник  $ABC$  — прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 6 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника; расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$  равно 5 см. Найдите длину отрезка  $CM$ .

### Вариант 7

6. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ , изображенные на рисунке 52, пересекаются по прямой  $MN$ . Точка  $A$  лежит в плоскости  $\alpha$ , а точка  $B$  — в плоскости  $\beta$ . Определите, каково взаимное расположение прямых  $AM$  и  $BN$ .
7. Основание прямой призмы — равнобочная трапеция, одно из оснований которой в два раза больше другого. Непараллельные боковые грани призмы — квадраты. Высота призмы равна 6 см. Площадь боковой поверхности призмы равна  $144 \text{ см}^2$ . Вычислите объем призмы.

### Вариант 8

6. На какие многогранники разбивает призму  $ABCA'B'C'$  плоскость, проходящая через вершины  $A$ ,  $B$  и  $C'$ ? Сделайте рисунок.
7. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Через его середину  $C$  и точку  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $AC_1$  равна 8 см. Найдите длину отрезка  $AB_1$ .

### Вариант 9

6. Изображенные на рисунке 53 прямые  $a$  и  $b$  пересекают параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках  $A, B$  и  $A', B'$ . Определите, каково взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ .
7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и прилежащим углом  $30^\circ$  вокруг меньшего катета.

### Вариант 10

6. Сечение параллелепипеда  $ABCA'B'C'D'$  проведено через точки  $A, B$  и середину ребра  $CC'$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны многоугольника.
7. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а высота боковой грани — 15 см. Найдите боковое ребро.

### Вариант 11

6. Сечение параллелепипеда  $ABCA'B'C'D'$  проведено через середины ребер  $AB, AD$  и  $A'B'$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $20 \text{ см}^2$ . Найдите площадь его боковой поверхности.

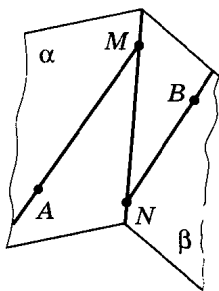


Рис. 52

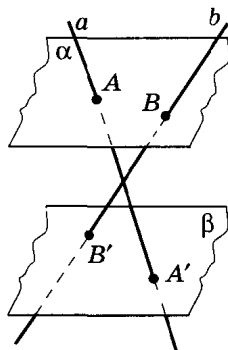


Рис. 53

## Вариант 12

6. Куб  $ABCD A' B' C' D'$  рассечен на два многогранника плоскостью, проходящей через середину ребра  $BB'$  перпендикулярно диагонали  $A'C$ . Каким многоугольником является сечение? Какие особенности имеет этот многоугольник?
7. Середина  $C$  отрезка  $AB$  принадлежит плоскости  $\alpha$ . Через концы отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $A_1C$  равна 8 см. Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ .

## Вариант 13

6. Изображенные на рисунке 54 прямые  $a$  и  $b$  пересекают параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках  $A, B$  и  $A', B'$ . Скопируйте рисунок и определите, каково взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ .
7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.

## Вариант 14

6. Куб рассечен плоскостью, проходящей через середины двух смежных сторон нижнего основания и центр верхнего основания. Как называется многоугольник, полученный в сечении? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Треугольник  $ABC$  — прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 8 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника и равен 3 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ .

## Вариант 15

6. В кубе  $ABCA'B'C'D'$  проведено сечение через середины ребер  $AA'$  и  $CC'$  и вершину  $B$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны многоугольника.
7. Основание пирамиды — прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота пирамиды проходит через середину гипотенузы треугольника и равна гипотенузе. Найдите боковые ребра пирамиды.

## Вариант 16

6. Изображенные на рисунке 55 плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Отрезок  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ , а отрезок  $CD$  — в плоскости  $\beta$ . Определите, каково взаимное расположение прямых  $AC$  и  $BD$ .
7. Если боковую поверхность конуса разрезать по образующей и развернуть на плоскости, то получится круговой сектор с радиусом 4 см и центральным углом  $120^\circ$ . Найдите объем этого конуса.

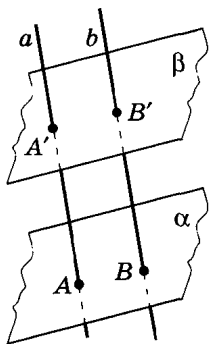


Рис. 54

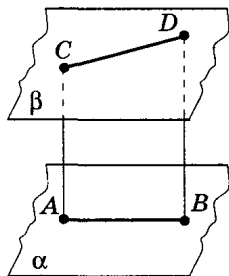


Рис. 55

### Вариант 17

6. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4, 5 и 6, расположенных на четырех попарно параллельных стержнях  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , никакие три из которых не принадлежат одной и той же плоскости (рис. 56). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.
7. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. Найдите площадь поверхности шара.

### Вариант 18

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах треугольной пирамиды (рис. 57). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
7. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.

### Вариант 19

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах треугольной пирамиды (рис. 58). Скопируйте рисунок, отметьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
7. Найдите площадь боковой поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и противолежащим углом  $30^\circ$  вокруг большего катета.

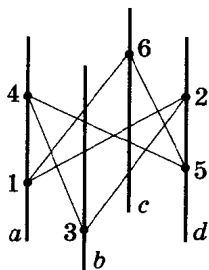


Рис. 56

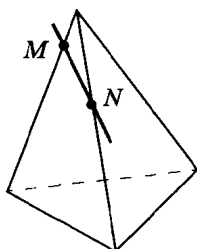


Рис. 57

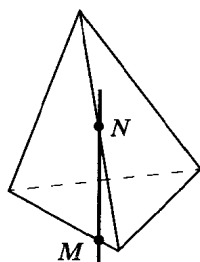


Рис. 58

### Вариант 20

6. Продолжение отрезка  $BC$ , изображенного на рисунке 59, пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $E$ . Отрезок  $AD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Скопируйте рисунок и изобразите отрезки  $AC$  и  $BD$ . Определите, пересекаются ли эти отрезки.
7. Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом  $45^\circ$ . Объем призмы равен  $108 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

### Вариант 21

6. Отрезки  $AB$  и  $CD$ , изображенные на рисунке 60, лежат в двух пересекающихся плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Скопируйте рисунок и определите, каково взаимное расположение прямых  $AD$  и  $BC$ .
7. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 15 см, а один из катетов — 9 см. Найдите площадь сечения, проведенного через середину высоты пирамиды параллельно ее основанию.

### Вариант 22

6. На какие многогранники разбивается параллелепипед  $ABCA'B'C'D'$  плоскостью, проходящей через вершины  $A$ ,  $B'$  и  $D$ ? Какие особенности имеют эти многогранники? Сделайте рисунок.
7. Сторона квадрата равна 4 см. Точка, не принадлежащая плоскости квадрата, удалена от каждой из его вершин на расстояние 6 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости квадрата.

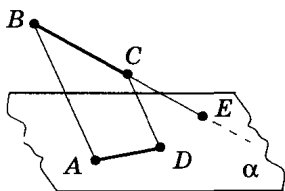


Рис. 59

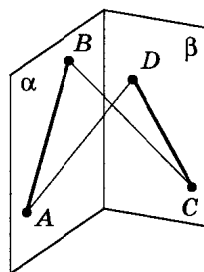


Рис. 60



### Вариант 23

6. Изображенные на рисунке 61 плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Отрезок  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ , а отрезок  $CD$  в плоскости  $\beta$ . Определите, каково взаимное расположение прямых  $AD$  и  $BC$ .
7. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 13 см. Найдите объем пирамиды.

### Вариант 24

6. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4, 5 и 6, расположенных на параллельных стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , не принадлежащих одной и той же плоскости (рис. 62). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.
7. Основание пирамиды — ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Высота пирамиды опущена в точку пересечения его диагоналей. Меньшие боковые ребра пирамиды равны 5 см. Найдите объем пирамиды.

### Вариант 25

6. В кубе проведено сечение через середины двух смежных сторон верхнего основания и центр нижнего. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Объем шара равен  $36\pi$  см<sup>3</sup>. Найдите площадь поверхности шара.

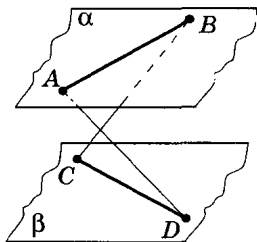


Рис. 61

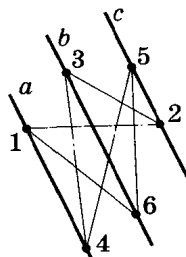


Рис. 62

## Вариант 26

6. Сечение правильной треугольной призмы проходит через центры оснований и одну из вершин. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Три смежных ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 6 см, 6 см и 8 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

## Вариант 27

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 63 пирамиды. Скопируйте рисунок и определите, имеют ли отрезки  $KN$  и  $LM$  общую точку.
7. Сумма площадей поверхностей двух шаров радиуса 4 см равна площади поверхности некоторого большего шара. Каков объем этого большего шара?

## Вариант 28

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 64 прямой призмы. Скопируйте рисунок и определите, каково взаимное расположение прямых  $KM$  и  $LN$ .
7. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг его оси симметрии, параллельной большей стороне.

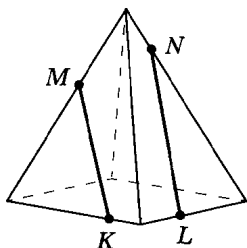


Рис. 63

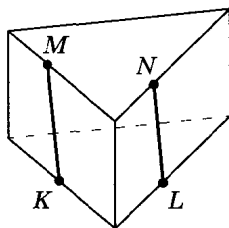


Рис. 64

## Вариант 29

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах четырехугольной пирамиды (рис. 65). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
7. Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса.

## Вариант 30

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах четырехугольной пирамиды (рис. 66). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
7. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 8 см вокруг его оси симметрии.

## Вариант 31

6. Вершинами многогранника являются середины сторон основания и середина высоты правильной четырехугольной пирамиды. Как называется этот многогранник? Сделайте рисунок и отметьте равные ребра этого многогранника.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна  $20\pi$  см<sup>2</sup>, а площадь его основания на  $4\pi$  см<sup>2</sup> меньше. Найдите объем конуса.

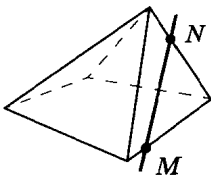


Рис. 65

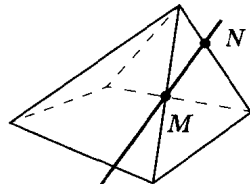


Рис. 66

### Вариант 32

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах четырехугольной пирамиды (рис. 67). Скопируйте рисунок, отметьте и постройте точку, в которой прямая  $MN$  пересекает плоскость основания пирамиды.
7. Объем конуса с радиусом основания 6 см равен  $96\pi$  см<sup>3</sup>. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

### Вариант 33

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах четырехугольной пирамиды (рис. 68). Скопируйте рисунок, отметьте и постройте точки, в которой прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие ребра пирамиды.
7. Отрезок  $AB$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $C$ , которая делит его в отношении  $3 : 1$ , считая от точки  $A$ . Через концы отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $A_1C$  равна 15 см. Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ .

### Вариант 34

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 69 пирамиды  $SABCD$ . Скопируйте рисунок и отметьте точку  $N$  на ребре  $CD$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  имели общую точку.
7. Высота конуса равна 12 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

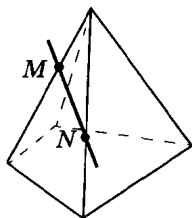


Рис. 67

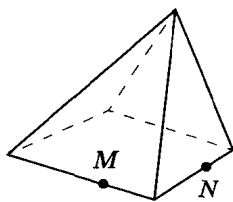


Рис. 68

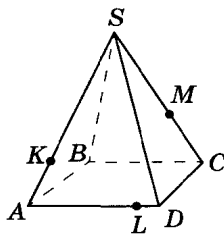


Рис. 69

### Вариант 35

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах куба (рис. 70). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра куба.
7. Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большего катета, а во второй — вокруг меньшего. Сравните площади боковых поверхностей получающихся при этом конусов.

### Вариант 36

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах куба (рис. 71). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра куба.
7. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а боковое ребро — 13 см. Найдите высоту пирамиды.

### Вариант 37

6. Куб  $ABCA'B'C'D'$  рассечен на два многогранника плоскостью, проходящей через середину ребра  $BB'$  перпендикулярно диагонали  $BD'$ . Каким многоугольником является сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите объем цилиндра.

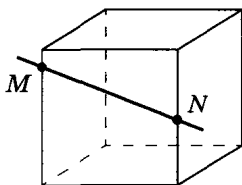


Рис. 70

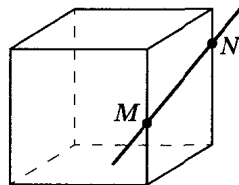


Рис. 71

### Вариант 38

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 72 пирамиды, причем  $K$  и  $L$  — середины ребер. Скопируйте рисунок и определите, пересекаются ли прямые  $KL$  и  $MN$ , отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $108 \text{ см}^2$ , а его образующая в три раза меньше диаметра основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Вариант 39

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах куба (рис. 73). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра куба.
7. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг большего катета.

### Вариант 40

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах треугольной пирамиды (рис. 74). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
7. Радиус основания цилиндра равен 6 см, высота в два раза меньше длины окружности основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

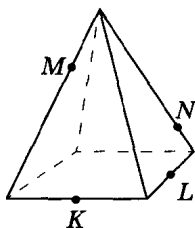


Рис. 72

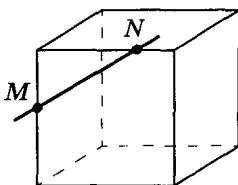


Рис. 73

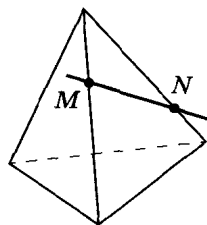


Рис. 74

### Вариант 41

6. Точки  $K$  и  $L$  — вершины куба, изображенного на рисунке 75, точки  $M$  и  $N$  — середины его ребер. Определите, пересекаются ли отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Найдите объем тела, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 6 см вокруг прямой, проходящей через середины его больших сторон.

### Вариант 42

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 76 пирамиды. Скопируйте рисунок и определите, пересекаются ли прямые  $KL$  и  $MN$ , отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Сторона квадрата  $ABCD$  равна 2 см. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости квадрата,  $\angle ABM = 60^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BD$ .

### Вариант 43

6. Точки пересечения диагоналей всех граней правильной четырехугольной призмы являются вершинами некоторого многогранника. Сделайте рисунок и отметьте равные ребра этого многогранника.
7. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Точка  $C$  делит отрезок  $AB$  в отношении 3 : 2, считая от точки  $A$ . Через точки  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $AB_1$  равна 15 см. Найдите длину отрезка  $AC_1$ .

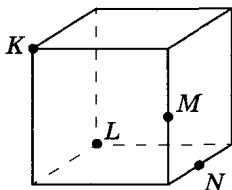


Рис. 75

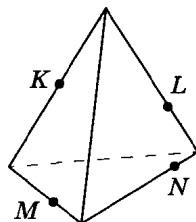


Рис. 76

### Вариант 44

6. На рисунке 77 изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы прямые  $AC$  и  $BD$  оказались параллельными.
7. Треугольник  $ABC$  — прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 6 см. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости треугольника,  $\angle MCA = 60^\circ$ . Найдите длину отрезка  $MB$ .

### Вариант 45

6. На рисунке 78 изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы прямые  $AC$  и  $BD$  оказались параллельными.
7. Через концы отрезка  $AB$ , не пересекающего плоскость  $\alpha$ , проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ ;  $AA_1 = 5$  см,  $B_1B = 8$  см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины отрезков  $AB$  и  $A_1B_1$ .

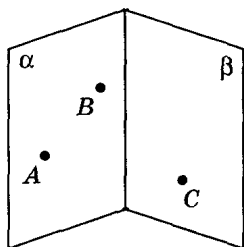


Рис. 77

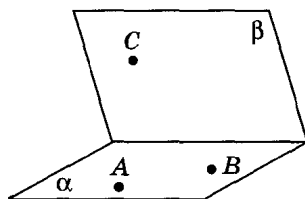


Рис. 78



### Вариант 46

6. На рисунке 79 изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы отрезки  $AD$  и  $BC$  оказались пересекающимися.
7. Из точки  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  к его плоскости восстановлен перпендикуляр  $OM$  так, что  $\angle OBM = 60^\circ$ . Найдите косинус угла  $ABM$ .

### Вариант 47

6. На рисунке 80 изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы отрезки  $AC$  и  $BD$  оказались пересекающимися.
7. Диагональ квадрата равна 6 см. Точка, равноудаленная от всех сторон квадрата, находится на расстоянии 5 см от точки пересечения его диагоналей. Найдите расстояние от этой точки до стороны квадрата.

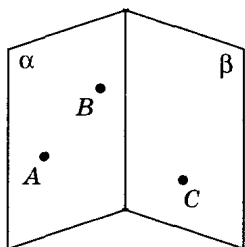


Рис. 79

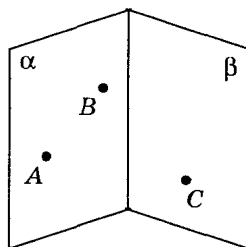


Рис. 80

### Вариант 48

6. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4 и 5, расположенных на параллельных стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , не принадлежащих одной и той же плоскости (рис. 81). Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых нити соприкасаются.
7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг большей стороны.

### Вариант 49

6. На рисунке 82 изображены параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точка  $A$  принадлежит плоскости  $\alpha$ , точки  $C$  и  $D$  лежат в плоскости  $\beta$ , а точка  $M$  принадлежит прямой  $AC$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $B$ , принадлежащую плоскости  $\alpha$ , так, чтобы прямые  $AC$  и  $BD$  пересекались в точке  $M$ .
7. Основание пирамиды — прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота пирамиды, равная 12 см, делит гипотенузу этого треугольника пополам. Найдите боковые ребра пирамиды.

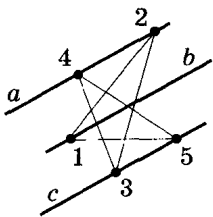


Рис. 81

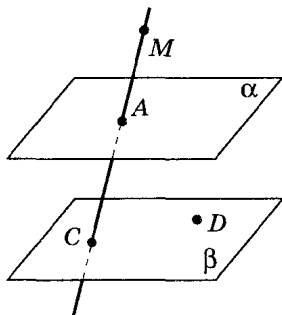


Рис. 82

### Вариант 50

6. На рисунке 83 изображены параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы прямые  $AC$  и  $BD$  оказались параллельными.
7. Через концы отрезка  $AB$ , имеющего с плоскостью  $\alpha$  общую точку, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ ;  $AA_1 = 5$  см. Длина отрезка, соединяющего середины отрезков  $AB$  и  $A_1B_1$ , равна 8 см. Найдите длину отрезка  $B_1B$ .

### Вариант 51

6. На рисунке 84 изображены параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ , а точка  $M$  принадлежит прямой  $BC$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нем точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы прямые  $AD$  и  $BC$  пересекались в точке  $M$ .
7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 см и острым углом  $30^\circ$  вокруг меньшего катета.

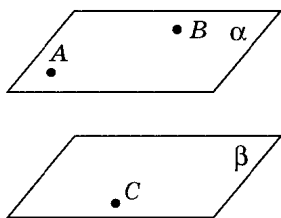


Рис. 83

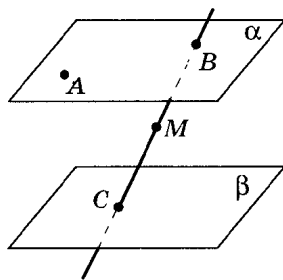


Рис. 84

### Вариант 52

6. Точки  $A$  и  $B$  лежат соответственно на нижнем и верхнем основаниях цилиндра, изображенного на рисунке (рис. 85). Скопируйте рисунок и проведите отрезок  $AB$ . Определите, все ли точки отрезка  $AB$  лежат на поверхности цилиндра.
7. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 см, а сторона основания 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Вариант 53

6. Точки  $A$  и  $B$  расположены на видимой части боковой поверхности цилиндра (рис. 86). Скопируйте рисунок и проведите отрезок  $AB$ . Все ли точки отрезка  $AB$  принадлежат боковой поверхности цилиндра?
7. Основание пирамиды — ромб с диагоналями 30 см и 40 см. Вершины пирамиды удалены от сторон основания на 13 см. Найдите высоту пирамиды.

### Вариант 54

6. Точки  $A$  и  $B$  принадлежат боковой поверхности конуса (рис. 87). Скопируйте рисунок и проведите отрезок  $AB$ . Определите, все ли точки отрезка  $AB$  лежат на поверхности конуса.
7. В прямоугольнике  $ABCD$   $AB = 2$  см,  $AD = 5$  см. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости прямоугольника,  $\angle ABM = 30^\circ$ . Найдите объем многогранника  $MABD$ .

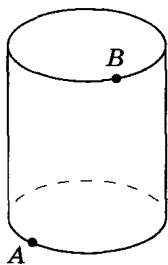


Рис. 85

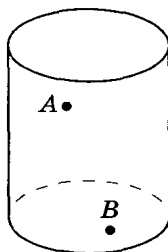


Рис. 86

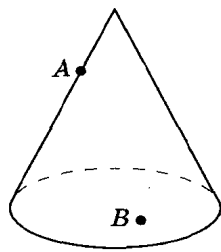


Рис. 87

### Вариант 55

6. На рисунке 88 изображены отрезки  $AB$  и  $CD$ , лежащие соответственно в плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямые  $AD$  и  $BC$  пересекаются. Определите, каково взаимное расположение плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .
7. Площадь полной поверхности куба равна  $24 \text{ см}^2$ . Найдите его диагональ.

### Вариант 56

6. На рисунке 89 изображены отрезки  $AB$  и  $CD$ , лежащие соответственно в плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямые  $AD$  и  $BC$  пересекаются. Определите, каково взаимное расположение плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .
7. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна  $136 \text{ см}^2$ , стороны основания  $4 \text{ см}$  и  $6 \text{ см}$ . Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.

### Вариант 57

6. На рисунке 90 изображены отрезки  $AB$  и  $CD$ , лежащие соответственно в плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямые  $AC$  и  $BD$  параллельны. Скопируйте рисунок и определите, каково взаимное расположение плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .
7. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны  $3 \text{ см}$  и  $5 \text{ см}$ , бóльшая из диагоналей его боковых граней образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

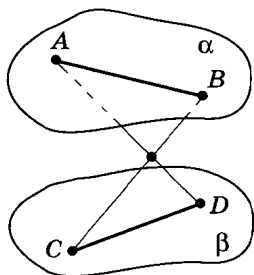


Рис. 88

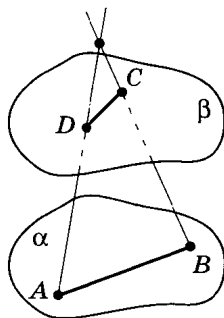


Рис. 89

### Вариант 58

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  принадлежат соответствующим ребрам куба, изображенного на рисунке 91. Определите, пересекаются ли прямые  $KL$  и  $MN$ , отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Вариант 59

6. Сечение правильной треугольной призмы  $ABCA'B'C'$  проходит через ребро  $AB$  и точку пересечения медиан основания  $A'B'C'$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Отрезок, соединяющий конец диаметра нижнего основания цилиндра с центром его верхнего основания, равен 2 см и наклонен к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Вариант 60

6. В правильной четырехугольной пирамиде проведено сечение через середины двух смежных сторон основания и середину несмежного с ними бокового ребра. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны многоугольника.
7. Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.

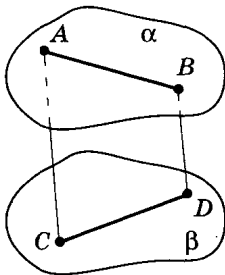


Рис. 90

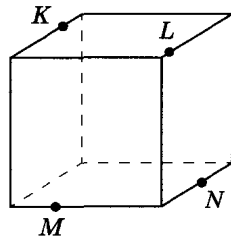


Рис. 91

### Вариант 61

6. Точки  $K$  и  $L$  — вершины куба, изображенного на рисунке 92, точки  $M$  и  $N$  — середины его ребер. Определите, пересекаются ли прямые  $KL$  и  $MN$ , отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Отрезок  $AB$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $C$ , которая делит его в отношении  $3 : 5$ , считая от точки  $A$ . Через концы отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $A_1C$  равна 12 см. Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ .

### Вариант 62

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 93 пирамиды. Скопируйте рисунок и определите, пересекаются ли отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Образующая конуса равна 5 см, площадь его боковой поверхности равна  $15\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объем конуса.

### Вариант 63

6. В кубе  $ABCA'B'C'D'$  проведено сечение через середины ребер  $AB$ ,  $AD$  и  $BB'$ . Каким многоугольником является сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Высота цилиндра равна 6 см, а площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объем цилиндра.

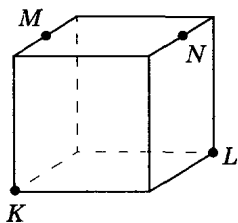


Рис. 92

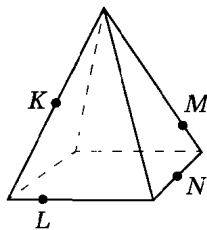


Рис. 93

### Вариант 64

6. Через середины двух сторон  $AB$  и  $AC$  основания правильной треугольной пирамиды  $SABC$  и точку пересечения медиан грани  $SBC$  проведено сечение. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Сторона квадрата  $ABCD$  равна 1 см. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости квадрата,  $\angle ABM = 30^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BD$ .

### Вариант 65

6. Точки  $K, L, M$  и  $N$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 94 пирамиды. Определите, пересекаются ли прямые  $KL$  и  $MN$ , отрезки  $KN$  и  $LM$ .
7. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

### Вариант 66

6. Точка  $M$  — середина ребра  $AD$  куба, изображенного на рисунке 95. Скопируйте рисунок и изобразите точку  $N$ , принадлежащую ребру  $CD$ , так, чтобы отрезки  $A'N$  и  $C'M$  имели общую точку.
7. Квадрат со стороной 3 см вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь поверхности тела вращения.

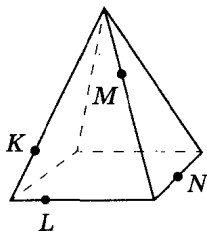


Рис. 94

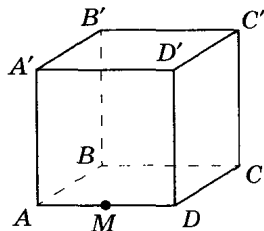


Рис. 95



### Вариант 67

6. Вершинами многогранника являются середины боковых ребер и центр основания правильной пирамиды. Как называется этот многогранник? Сделайте рисунок и отметьте равные ребра этого многогранника.
7. Круговой сектор с радиусом 10 см свернут в виде боковой поверхности конуса. Высота конуса равна 8 см. Найдите центральный угол кругового сектора.

### Вариант 68

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  расположены на ребрах куба  $ABCA'B'C'D'$ , изображенного на рисунке 96. Скопируйте рисунок и изобразите точку  $N$ , принадлежащую ребру  $CD$ , так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  имели общую точку.
7. Квадрат со стороной 3 см вращается вокруг своей диагонали. Найдите объем тела вращения.

### Вариант 69

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 97 пирамиды  $SABCD$ . Скопируйте рисунок и отметьте точку  $N$  на ребре  $CD$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  имели общую точку.
7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см вокруг прямой, которая проходит через середины его меньших сторон.

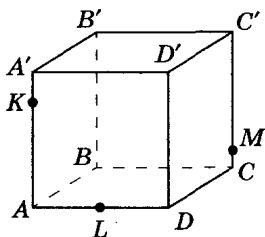


Рис. 96

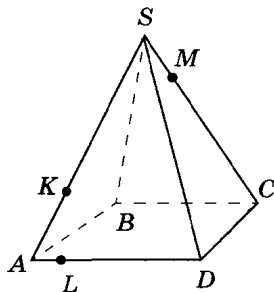


Рис. 97

## Вариант 70

- Точки  $K$ ,  $L$  и  $N$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 98 пирамиды  $SABC$ . Скопируйте рисунок и отметьте точку  $M$  на ребре  $SC$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  имели общую точку.
- Найдите объем тела, которое получено при вращении квадрата со стороной 7 см вокруг прямой, соединяющей середины противоположных сторон.

## Вариант 71

- Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  лежат на ребрах куба  $ABCA'D'B'C'D'$ , изображенного на рисунке 99. Скопируйте рисунок и отметьте точку  $N$  на ребре  $C'D'$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  пересеклись.
- Высота конуса равна 8 см, объем  $24\pi$  см<sup>3</sup>. Найдите площадь полной поверхности конуса.

## Вариант 72

- Вершины некоторого многогранника являются центрами пяти граней куба. Как называется этот многогранник? Сделайте рисунок и отметьте равные ребра этого многогранника.
- Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите площадь поверхности этого куба.

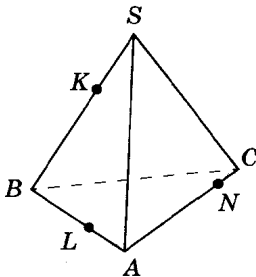


Рис. 98

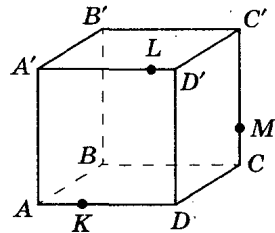


Рис. 99

### Вариант 73

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  принадлежат ребрам изображенной на рисунке 100 пирамиды  $SABCD$ . Скопируйте рисунок и отметьте точку  $N$  на ребре  $SC$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  пересеклись.
7. Образующая конуса составляет с плоскостью его основания угол в  $30^\circ$ , а радиус основания конуса равен 6 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.

### Вариант 74

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на ребрах куба (рис. 101). Скопируйте рисунок и определите, существует ли точка пересечения отрезков  $KN$  и  $ML$ .
7. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов равен 8 см, вращается вокруг своего большего катета. Найдите площадь поверхности тела вращения.

### Вариант 75

6. В правильной четырехугольной пирамиде проведено сечение через диагональ основания параллельно непересекающемуся с ней боковому ребру. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Высота конуса равна 12 см, а его образующая равна 13 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.

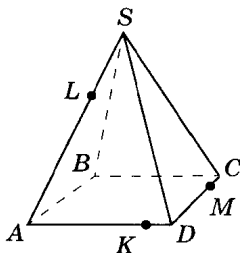


Рис. 100

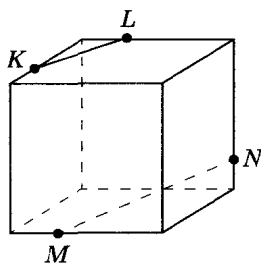


Рис. 101

### Вариант 76

6. Точки  $K$  и  $N$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 102 пирамиды, а точки  $L$  и  $M$  принадлежат соответственно ее граням  $CSD$  и  $ASD$ . Скопируйте рисунок, изобразите отрезки  $KL$  и  $MN$  и определите, имеют ли они общую точку.
7. Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см соответственно сплавлены в один куб. Определите ребро этого куба.

### Вариант 77

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 103 пирамиды. Скопируйте рисунок и определите, каково взаимное расположение прямых  $KL$  и  $MN$ .
7. Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба.

### Вариант 78

6. Правильная треугольная пирамида рассечена на два многогранника плоскостью, проходящей через сторону основания и середину высоты пирамиды. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Высота конуса равна 5 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите объем конуса.

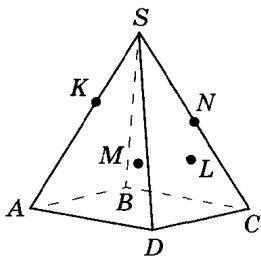


Рис. 102

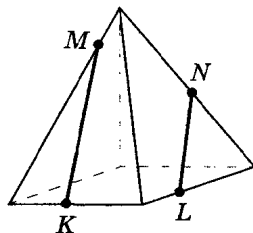


Рис. 103

### Вариант 79

6. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 104 призмы. Скопируйте рисунок и определите, имеют ли отрезки  $KN$  и  $ML$  общую точку.
7. К плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $BC = 6$  см и углом  $120^\circ$  при вершине проведен перпендикуляр  $AM$ . Расстояние от точки  $M$  до  $BC$  равно 12 см. Найдите косинус линейного угла двугранного угла, образованного плоскостями треугольников  $ABC$  и  $MBC$ .

### Вариант 80

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  лежат на ребрах изображенной на рисунке 105 призмы. Скопируйте рисунок и отметьте на ребре  $AC$  точку  $N$  так, чтобы отрезки  $KN$  и  $LM$  имели общую точку.
7. Найдите объем тела, полученного при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 6 см вокруг его оси симметрии.

### Вариант 81

6. Точка  $A$  принадлежит основанию конуса, изображенного на рисунке 106, а точка  $B$  — оси  $SO$  этого конуса. Скопируйте рисунок и отметьте точку  $C$ , в которой прямая  $AB$  пересекает боковую поверхность конуса.
7. Объем прямоугольного параллелепипеда равен  $24 \text{ см}^3$ , площадь основания  $12 \text{ см}^2$ . Одна сторона основания в три раза больше другой. Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.

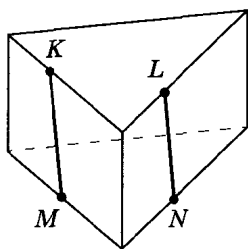


Рис. 104

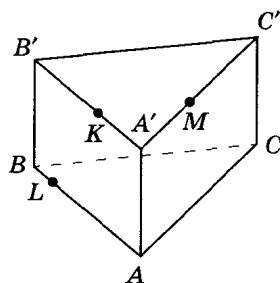


Рис. 105

### Вариант 82

6. Правильная четырехугольная пирамида рассечена на два многогранника плоскостью, проходящей через сторону основания и медиану боковой грани. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $64 \text{ см}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.

### Вариант 83

6. Точка  $A$  принадлежит основанию конуса, изображенного на рисунке 107, а точка  $B$  — оси  $SO$  этого конуса. Скопируйте рисунок и определите, где, внутри или снаружи конуса, расположена точка  $C$  прямой  $AB$ .
7. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна  $136 \text{ см}^2$ , стороны основания  $4 \text{ см}$  и  $6 \text{ см}$ . Вычислите диагональ прямоугольного параллелепипеда.

### Вариант 84

6. На какие многогранники разбивает прямую призму  $ABCA'B'C'$  плоскость, проходящая через вершины  $A$ ,  $B$  и  $C'$ ? Сделайте рисунок.
7. Шар с центром в точке  $O$  касается плоскости в точке  $A$ . Точка  $B$  лежит в плоскости касания. Найдите объем шара, если  $AB = 21 \text{ см}$ ,  $BO = 29 \text{ см}$ .

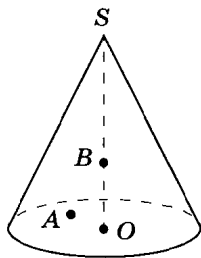


Рис. 106

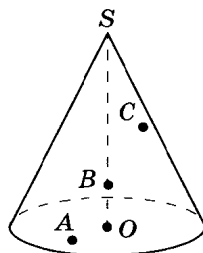


Рис. 107

### Вариант 85

6. Точка  $A$  принадлежит основанию цилиндра, изображенного на рисунке 108, а точка  $B$  — оси  $OO'$  этого цилиндра. Скопируйте рисунок и отметьте точку  $C$ , в которой прямая  $AB$  пересекает боковую поверхность цилиндра.
7. Полуокруг свернут в виде боковой поверхности конуса. Радиус основания конуса равен 5 см. Найдите объем конуса.

### Вариант 86

6. Точка  $A$  принадлежит основанию цилиндра, изображенного на рисунке 109, а точка  $B$  — оси  $OO'$  этого цилиндра. Скопируйте рисунок и определите, где, внутри или снаружи цилиндра, расположена точка  $C$  прямой  $AB$ .
7. Диагональ квадрата  $ABCD$  равна 10 см. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости квадрата,  $\angle ABM = 60^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BD$ .

### Вариант 87

6. В кубе  $ABCA'B'C'D'$  проведено сечение через середины ребер  $AB$  и  $AD$  и вершину  $C'$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Найдите площадь боковой поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 4 см и 7 см, вокруг большего катета.

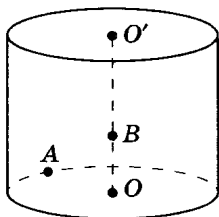


Рис. 108

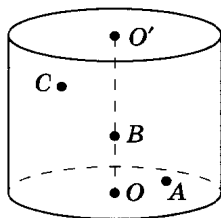


Рис. 109

### Вариант 88

6. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  лежат на ребрах изображенного на рисунке 110 куба. Скопируйте рисунок и определите, пересекаются ли отрезки  $AC$  и  $BD$ .
7. Ромб со стороной 5 см и углом  $60^\circ$  вращается вокруг своей меньшей диагонали. Определите объем тела вращения.

### Вариант 89

6. В основании пирамиды  $SABCD$ , изображенной на рисунке 111, лежит прямоугольник. Точка  $M$  принадлежит ребру  $SB$ . Скопируйте рисунок и отметьте на ребре  $SC$  точку  $N$  так, чтобы отрезки  $AN$  и  $DM$  пересекались.
7. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна  $4\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объем шара.

### Вариант 90

6. Сечение правильной треугольной призмы  $ABCA'B'C'$  проходит через ребро  $AB$  и точку пересечения диагоналей грани  $ACC'A'$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8 см и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

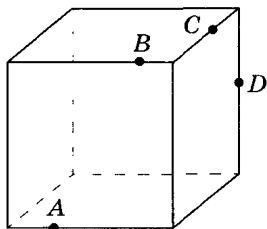


Рис. 110

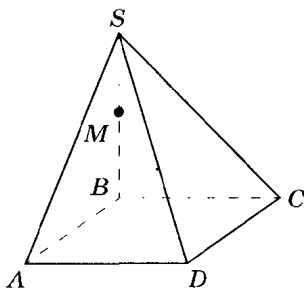


Рис. 111



### Вариант 91

6. В основании пирамиды  $SABCD$ , изображенной на рисунке 112, лежит прямоугольник. Точка  $L$  принадлежит ребру  $SB$ , а точка  $K$  — ребру  $SC$ . Скопируйте рисунок и отметьте на ребре  $CD$  точку  $M$  так, чтобы отрезки  $AK$  и  $LM$  пересекались.
7. Образующая конуса равна 4 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Найдите объем конуса.

### Вариант 92

6. Точка  $A$  принадлежит основанию цилиндра, изображенного на рисунке 113, а точка  $B$  — оси  $OO'$  этого цилиндра. Скопируйте рисунок и определите, где, внутри или снаружи цилиндра, расположена точка  $C$  прямой  $AB$ .
7. Катеты  $CA$  и  $CB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 6 см и 8 см. Через вершину прямого угла  $C$  проходит плоскость, параллельная  $AB$ . Меньший катет треугольника образует с этой плоскостью угол в  $45^\circ$ . Найдите синус угла, который образует с ней другой его катет.

### Вариант 93

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  — центры трех видимых граней куба, изображенного на рисунке 114. Скопируйте рисунок и определите, пересекаются ли отрезки  $DL$  и  $KM$ .
7. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9 см и 6 см, равна  $408 \text{ см}^2$ . Найдите диагонали параллелепипеда.

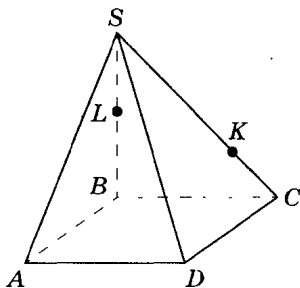


Рис. 112

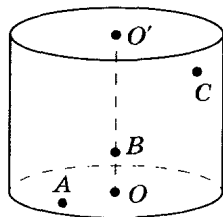


Рис. 113

### Вариант 94

6. В правильной четырехугольной пирамиде проведено сечение через середины двух смежных сторон основания и середину высоты пирамиды. Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны этого многоугольника.
7. Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Вариант 95

6. Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на видимой части боковой поверхности конуса, изображенного на рисунке 115. Один из отрезков с концами в этих точках полностью принадлежит поверхности конуса. Сделайте рисунок и проведите этот отрезок.
7. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

### Вариант 96

6. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  проведено сечение через середины ребер  $AB$  и  $BC$  параллельно ребру  $SC$ . Каким многоугольником является это сечение? Сделайте рисунок и отметьте равные стороны многоугольника.
7. Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в два раза больше длины окружности основания. Найдите объем цилиндра.

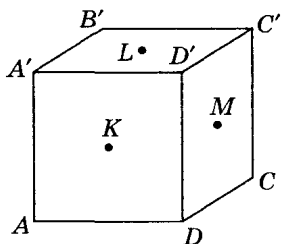


Рис. 114

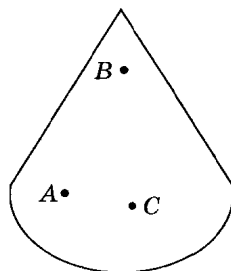


Рис. 115

- 3.1. Диагональ меньшей боковой грани прямоугольного параллелепипеда равна большему ребру основания. Высота параллелепипеда равна 2 см, диагональ основания равна 14 см. Найдите объем параллелепипеда.
- 3.2. Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Большой катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найдите высоту призмы.
- 3.3. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.
- 3.4. В основании прямой призмы лежит равнобедренная трапеция с острым углом  $60^\circ$ ; боковая сторона и меньшая из параллельных сторон трапеции равны 4 см; диагональ призмы составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Вычислите объем призмы.
- 3.5. Диагональ прямоугольного параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ , а диагональ боковой грани — угол  $60^\circ$ . Высота прямоугольного параллелепипеда равна 8 см. Найдите его объем.
- 3.6. В основании прямой призмы — ромб; диагонали призмы составляют с плоскостью основания углы  $30^\circ$  и  $60^\circ$ ; высота призмы равна 6 см. Найдите объем призмы.
- 3.7. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной 10 см. Сторона основания удалена от двух параллельных ей сторон противоположащей боковой грани соответственно на 5 см и 13 см. Найдите объем призмы.
- 3.8. Ребро нижнего основания правильной четырехугольной призмы удалено от плоскости верхнего основания на 10 см. Расстояния между противоположащими боковыми ребрами равны 8 см. Найдите объем призмы.
- 3.9. В основании прямой призмы лежит трапеция. Площади параллельных боковых граней призмы равны  $8\text{ см}^2$  и  $12\text{ см}^2$ , а расстояние между ними равно 5 см. Найдите объем призмы.

- 3.10. В основании прямой призмы лежит трапеция. Объем призмы равен  $40 \text{ см}^3$ . Площади параллельных боковых граней равны  $6 \text{ см}^2$  и  $14 \text{ см}^2$ . Найдите расстояние между ними.
- 3.11. Диагональ основания прямоугольного параллелепипеда равна  $10 \text{ см}$ , а диагонали боковых граней  $2\sqrt{10} \text{ см}$  и  $2\sqrt{17} \text{ см}$ . Найдите объем параллелепипеда.
- 3.12. В основании прямой призмы лежит ромб. Площадь основания призмы равна  $48 \text{ см}^2$ , а площади ее диагональных сечений равны  $30 \text{ см}^2$  и  $40 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.
- 3.13. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна  $3 \text{ см}$ , площадь боковой поверхности равна  $80 \text{ см}^2$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.14. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна  $6 \text{ см}$ , площадь боковой поверхности в два раза больше площади основания. Найдите объем пирамиды.
- 3.15. Площадь боковой поверхности конуса равна  $60\pi \text{ см}^2$ ; расстояние от центра основания до образующей равно  $4,8 \text{ см}$ . Найдите объем конуса.
- 3.16. Основание наклонной призмы — квадрат со стороной  $6 \text{ см}$ ; одно из диагональных сечений призмы перпендикулярно плоскости основания и является ромбом с углом  $60^\circ$ . Найдите объем призмы.
- 3.17. В основании наклонного параллелепипеда — квадрат со стороной  $3 \text{ см}$ . Две противоположные боковые грани перпендикулярны основанию, две другие образуют с плоскостью основания углы  $30^\circ$ . Полная поверхность параллелепипеда  $72 \text{ см}^2$ . Найдите объем параллелепипеда.
- 3.18. В основании наклонного параллелепипеда — ромб со стороной  $4 \text{ см}$  и острым углом  $45^\circ$ ; боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ ; диагональ одной боковой грани перпендикулярна плоскости основания. Найдите объем параллелепипеда.
- 3.19. Все 9 ребер наклонной призмы равны  $4 \text{ см}$ . Объем призмы равен  $24 \text{ см}^3$ . Найдите угол наклона бокового ребра призмы к плоскости основания.

- 3.20. В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми ребрами равны 5 см, 12 см и 13 см. Площадь меньшей боковой грани равна  $22 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.
- 3.21. В основании наклонной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 см и 6 см. Боковое ребро призмы составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Объем призмы равен  $60 \text{ см}^3$ . Найдите длину бокового ребра призмы.
- 3.22. Две боковые грани наклонной треугольной призмы образуют угол  $60^\circ$ ; расстояние от их общего ребра до двух других ребер равно 5 см; боковое ребро призмы равно 8 см. Найдите боковую поверхность призмы.
- 3.23. Две боковые грани наклонной треугольной призмы перпендикулярны. Сумма их площадей равна  $70 \text{ см}^2$ . Длина бокового ребра равна 5 см. Объем призмы равен  $120 \text{ см}^3$ . Найдите расстояния между боковыми ребрами призмы.
- 3.24. В правильной треугольной пирамиде высота равна стороне основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.
- 3.25. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найдите объем пирамиды.
- 3.26. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 3 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
- 3.27. В правильной четырехугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 6 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
- 3.28. В правильной четырехугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Сторона основания пирамиды равна 12 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
- 3.29. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см и образует с боковой гранью угол  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.30. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см и образует с боковым ребром угол  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.31. Высота правильной треугольной пирамиды равна 8 см, а боковое ребро — 10 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- 3.32. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 20 см, а боковое ребро — 16 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3.33. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 12 см, а боковое ребро — 13 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3.34. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8 см; двугранный угол при основании пирамиды равен  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.35. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 8 см; двугранный угол при основании пирамиды равен  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.36. В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 16 см; двугранный угол при основании пирамиды равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.37. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 5 см; диагональное сечение равновелико основанию. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3.38. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см; диагональное сечение равновелико основанию. Найдите боковую поверхность пирамиды.
- 3.39. Радиус цилиндра равен 8 см, а его высота равна 12 см. Через середину оси цилиндра проведена прямая, пересекающая плоскость нижнего основания цилиндра на расстоянии 24 см от центра нижнего основания. В каких отношениях эта прямая делит пересекающиеся с ней образующие цилиндра?
- 3.40. Радиус цилиндра равен 6 см, а его высота равна 10 см. Через середину образующей цилиндра проведена прямая, пересекающая ось цилиндра. Эта прямая пересекает нижнее основание цилиндра на расстоянии 3 см от центра нижнего основания. В каком отношении эта прямая делит ось цилиндра?
- 3.41. Радиус цилиндра равен 8 см. Через середину оси цилиндра проведена прямая, пересекающая плоскость, содержащую нижнее основание цилиндра, на расстоянии 12 см от центра нижнего основания. Эта прямая пересекает образующую цилиндра на расстоянии 2 см от плоскости нижнего основания. Найдите высоту цилиндра.

- 3.42. Высота цилиндра равна 12 см. Через середину образующей цилиндра проведена прямая, пересекающая ось цилиндра на расстоянии 4 см от нижнего основания. Эта прямая пересекает плоскость, содержащую нижнее основание цилиндра, на расстоянии 18 см от центра нижнего основания. Найдите радиус основания цилиндра.
- 3.43. Высота конуса равна 20 см, расстояние от центра основания до образующей равно 12 см. Найдите объем конуса.
- 3.44. Радиус основания конуса равен 20 см; расстояние от центра основания до образующей равно 12 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 3.45. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 15 см, а один из катетов — 9 см. Найдите площадь сечения, проведенного через середину высоты пирамиды параллельно ее основанию.
- 3.46. На расстоянии 4 см от вершины пирамиды проведено сечение, параллельное основанию. Площадь сечения равна  $10 \text{ см}^2$  и составляет  $\frac{1}{4}$  от площади основания пирамиды. Найдите объем пирамиды.
- 3.47. Радиус основания конуса 6 см, а высота равна 12 см. В конусе проведено сечение параллельно основанию. Радиус сечения равен 4 см. В каком отношении сечение делит высоту конуса?
- 3.48. Высота конуса равна 12 см, а радиус основания равен 3 см. На каком расстоянии от вершины конуса надо провести сечение, параллельное основанию, чтобы его площадь была равна  $\pi \text{ см}^2$ ?
- 3.49. В прямом параллелепипеде проведено сечение через диагональ нижнего основания и середину несоприкасающегося с этой диагональю бокового ребра. Расстояние от плоскости сечения до вершины нижнего основания, не лежащей в плоскости сечения, равно 5 см. Площадь сечения равна  $10 \text{ см}^2$ . Найдите объем параллелепипеда.
- 3.50. В правильной четырехугольной призме проведено сечение через диагональ нижнего основания и конец непараллельной ей диагонали верхнего основания. Площадь основания призмы и площадь сечения равны  $20 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.

- 3.51. В правильной треугольной призме проведено сечение через сторону нижнего основания и середину противоположащего бокового ребра. Плоскость сечения наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ ; площадь сечения равна  $4\sqrt{6}$  см<sup>2</sup>. Найдите объем призмы.
- 3.52. Высота правильной треугольной призмы равна 12 см. В призме проведено сечение через сторону нижнего основания и противоположащую вершину верхнего основания. Плоскость сечения наклонена к плоскости основания призмы под углом  $60^\circ$ . Найдите объем призмы.
- 3.53. В прямом параллелепипеде проведено сечение через диагональ нижнего основания и середину непересекающегося с этой диагональю бокового ребра. Объем меньшего из двух многогранников, на которые параллелепипед делится плоскостью сечения, равен 40 см<sup>3</sup>. Найдите объем параллелепипеда.
- 3.54. В треугольной призме проведено сечение через сторону нижнего основания и противоположащую вершину верхнего основания. В каком отношении плоскость сечения делит объем призмы?
- 3.55. В треугольной пирамиде проведено сечение через среднюю линию нижнего основания и вершину пирамиды. В каком отношении плоскость сечения делит объем пирамиды?
- 3.56. В правильной четырехугольной пирамиде проведено сечение через середины двух смежных сторон основания перпендикулярно основанию. В каком отношении плоскость сечения делит объем пирамиды?
- 3.57. В прямоугольном параллелепипеде проведено сечение через ребро нижнего основания и точку пересечения диагоналей противоположащей боковой грани. В каком отношении плоскость сечения делит объем параллелепипеда?
- 3.58. В пирамиде проведено сечение параллельно основанию. Плоскость сечения делит пирамиду на части, объемы которых относятся как 1 : 26, считая от вершины. В каком отношении плоскость сечения делит высоту пирамиды?
- 3.59. В пирамиде проведено сечение параллельно основанию. Плоскость сечения делит высоту пирамиды на части, отношение которых равно 2 : 1, считая от вершины. В каком отношении плоскость сечения делит объем пирамиды?



- 3.60. Площадь основания пирамиды равна  $1\text{ м}^2$ . Плоскость, параллельная основанию пирамиды, делит ее на две равновеликие части. Найдите площадь сечения пирамиды.
- 3.61. Развертка боковой поверхности правильной треугольной призмы есть прямоугольник со сторонами 15 см и 12 см. Определите объем этой призмы. Найдите оба решения.
- 3.62. Развертка боковой поверхности правильной треугольной призмы есть прямоугольник со сторонами 18 см и 9 см. Определите площадь полной поверхности этой призмы. Найдите оба решения.
- 3.63. Прямоугольник со сторонами 12 см и 16 см может быть двумя способами свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы. Сравните объемы этих призм.
- 3.64. Прямоугольник со сторонами 24 см и 10 см может быть двумя способами свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы. Сравните площади полных поверхностей этих призм.
- 3.65. Прямоугольник со сторонами 12 см и 8 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы высотой 8 см, а во второй — правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните объемы этих призм.
- 3.66. Прямоугольник со сторонами 24 см и 10 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы высотой 10 см, а во второй — правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните площади полных поверхностей этих призм.
- 3.67. Квадрат со стороной 12 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной треугольной призмы, а во второй — правильной четырехугольной призмы. Сравните площади полных поверхностей этих призм.
- 3.68. Квадрат со стороной 24 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной треугольной призмы, а во второй — правильной четырехугольной призмы. Сравните объемы этих призм.
- 3.69. Ромб со стороной 10 см и острым углом  $60^\circ$  вращается около стороны. Найдите объем тела вращения.
- 3.70. Ромб со стороной 8 см и острым углом  $60^\circ$  вращается около стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.

- 3.71. Прямоугольная трапеция с основаниями 5 см и 8 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объем тела вращения.
- 3.72. Прямоугольная трапеция с основаниями 6 см и 10 см и высотой 3 см вращается около большего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
- 3.73. Прямоугольная трапеция с основаниями 10 см и 14 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите объем тела вращения.
- 3.74. Прямоугольная трапеция с основаниями 12 см и 15 см и высотой 4 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
- 3.75. Прямоугольная трапеция с основаниями 10 см и 15 см и высотой 12 см в первый раз вращается около меньшего из оснований, а во второй — около большего. Сравните объемы тел вращения.
- 3.76. Прямоугольная трапеция с основаниями 12 см и 20 см и высотой 15 см в первый раз вращается около меньшего из оснований, а во второй — около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.
- 3.77. Равнобокая трапеция с основаниями 10 см и 16 см и высотой 4 см вращается около меньшего основания. Найдите объем тела вращения.
- 3.78. Равнобокая трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
- 3.79. Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объем тела вращения.
- 3.80. Равнобокая трапеция с основаниями 15 см и 25 см и высотой 12 см вращается около большего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
- 3.81. Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй — около большего. Сравните объемы тел вращения.
- 3.82. Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй — около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.

- 3.83. Прямоугольный треугольник с катетом 3 см и гипотенузой 6 см вращается вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла параллельно гипотенузе. Найдите объем тела вращения.
- 3.84. Квадрат со стороной 8 см вращается около прямой, проведенной через вершину параллельно диагонали, не проходящей через эту вершину. Найдите объем тела вращения.
- 3.85. Правильный треугольник со стороной 4 см вращается около оси, проведенной через вершину параллельно стороне, не проходящей через эту вершину. Найдите объем тела вращения.
- 3.86. Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см вращается около прямой, параллельной меньшему из катетов и проходящей через вершину меньшего из углов треугольника. Найдите объем тела вращения.
- 3.87. Ромб со стороной 13 см и диагональю 10 см вращается около оси, проходящей через вершину тупого угла параллельно диагонали, не проходящей через эту вершину. Найдите объем тела вращения.
- 3.88. Ромб  $ABCD$  со стороной 10 см и диагональю  $AC = 12$  см в первый раз вращается около оси, проходящей через вершину  $A$  параллельно диагонали  $BD$ , а во второй — через вершину  $B$  параллельно диагонали  $AC$ . Сравните объемы тел вращения.
- 3.89. Прямоугольная трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 6 см вращается около прямой, проходящей через вершину острого угла перпендикулярно основаниям. Найдите объем тела вращения.
- 3.90. Три металлических кубика с ребром  $a$  сплавлены в один шар. Что больше: площадь поверхности этого шара или суммарная площадь поверхностей кубиков?
- 3.91. Четыре металлических шарика радиуса  $a$  сплавлены в один куб. Что больше: площадь поверхности этого куба или суммарная площадь поверхностей шариков?
- 3.92. Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см?
- 3.93. Сколько кубиков с ребром 2 см можно отлить из металлического шара диаметром 4 см?
- 3.94. В правильную четырехугольную призму вписан цилиндр. Объем цилиндра равен  $V$ . Найдите объем призмы.

- 3.95.** В правильную треугольную призму вписан цилиндр. Площадь боковой поверхности призмы равна  $S$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- 3.96.** В цилиндр вписана правильная треугольная призма. Площадь боковой поверхности призмы равна  $S$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- 3.97.** В правильную треугольную пирамиду вписан конус. Объем конуса равен  $V$ . Найдите объем пирамиды.
- 3.98.** В конус вписана правильная четырехугольная пирамида. Объем пирамиды равен  $V$ . Найдите объем конуса.
- 3.99.** В куб вписан шар. Найдите отношение площадей поверхностей куба и шара.
- 3.100.** В шар вписан куб. Найдите отношение объемов шара и куба.

## 4

## Задания 9, 10 для экзамена «Математика»

## Задания 6, 7 для экзамена «Алгебра и начала анализа»

### Тригонометрия

Вычислите (№ 4.1 — 4.4):

$$4.1. \frac{\sin 75^\circ + \sin 45^\circ}{\sin 285^\circ}.$$

$$4.2. \frac{\sin 70^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 25^\circ}.$$

$$4.3. \frac{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ}{\cos 315^\circ}.$$

$$4.4. \frac{\sin 55^\circ \cos 35^\circ - \cos^2 10^\circ}{\sin 200^\circ}.$$

Сравните значения выражений (№ 4.5, 4.6):

$$4.5. \frac{1 + \cos 40^\circ + \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ} \text{ и } \frac{\cos 105^\circ \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \sin 5^\circ}{\sin 95^\circ \cos 5^\circ + \cos 95^\circ \sin 5^\circ}.$$

$$4.6. \frac{\sin 20^\circ - \sin 40^\circ}{1 - \cos 20^\circ + \cos 40^\circ} \text{ и } \frac{\sin 25^\circ \cos 5^\circ - \cos 25^\circ \sin 5^\circ}{\cos 15^\circ \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \sin 5^\circ}.$$

4.7. Упростите выражение  $\cos(2\pi - 3x) \cos x + \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$   
и укажите все  $x$ , при которых его значение равно  $-\frac{1}{2}$ .

4.8. Упростите выражение  $\sin(\pi - 3x) \cos x + \cos 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$   
и укажите все  $x$ , при которых его значение равно  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

4.9. Укажите наименьшее положительное число  $x$ , при котором

$$\sin x^\circ = \sin^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ + \cos^2 15^\circ.$$

4.10. Укажите наименьшее положительное число  $x$ , при котором  $\cos x^\circ = \frac{\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ}{\sin 270^\circ}$ .

4.11. Укажите наименьшее положительное число  $x$ , при котором значение выражения  $\frac{\sin 30^\circ \cos x^\circ + \cos 30^\circ \sin x^\circ}{\cos 180^\circ}$

равно  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**4.12.** Укажите наименьшее положительное число  $x$ , при котором значение выражения  $\frac{\cos 45^\circ \cos x^\circ - \sin 45^\circ \sin x^\circ}{\sin 270^\circ}$  равно 0,5.

Решите уравнение (№ 4.13 — 4.30):

- 4.13.**  $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0.$       **4.14.**  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$   
**4.15.**  $\cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0.$       **4.16.**  $2 \sin^2 x + 7 \cos x + 2 = 0.$   
**4.17.**  $\cos 2x + 8 \sin x = 3.$       **4.18.**  $\cos 2x = 1 + 4 \cos x.$   
**4.19.**  $\cos 2x + \sin x = 0.$       **4.20.**  $\cos 2x + \cos x = 0.$   
**4.21.**  $5 - 4 \sin^2 x = 4 \cos x.$       **4.22.**  $\cos 2x + 9 \sin x + 4 = 0.$   
**4.23.**  $\cos 2x - 7 \cos x + 4 = 0.$       **4.24.**  $2 \cos 2x = 1 + 4 \cos x.$   
**4.25.**  $2 \sin^2 x + 5 \cos x = 4.$       **4.26.**  $2 \cos 2x = 8 \sin x + 5.$   
**4.27.**  $\sin 2x - \sin x = 2 \cos x - 1.$   
**4.28.**  $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1.$   
**4.29.**  $\sin 2x + 2 \sin x = \cos x + 1.$   
**4.30.**  $\sin 2x + 2 \cos x = \sin x + 1.$

**4.31.** Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

**4.32.** Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

**4.33.** Найдите все решения уравнения  $\cos 2x - \cos^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

**4.34.** Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

**4.35.** Найдите все решения уравнения  $\sin x = \cos x$ , принадлежащие отрезку  $[-2\pi; 0]$ .

**4.36.** Найдите все решения уравнения  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

**4.37.** Найдите все решения уравнения  $\sin x + \cos x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

**4.38.** Найдите все решения уравнения  $\sin x = \sqrt{3} \cos x$ , принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

**4.39.** Найдите все решения уравнения  $\frac{2 \cos x + \sin x}{\cos x - 7 \sin x} = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .

- 4.40. Найдите все решения уравнения  $\frac{3 \sin x + \cos x}{\cos x + 5 \sin x} = \frac{1}{2}$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .
- 4.41. Найдите все решения уравнения  $\frac{2 \sin x - \cos x}{5 \sin x - 4 \cos x} = \frac{1}{3}$ , принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$ .
- 4.42. Найдите все решения уравнения  $\frac{\sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x} = -\frac{1}{3}$ , принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

Вычислите координаты точек пересечения графиков функций (№ 4.43 — 4.46):

4.43.  $y = \sin^2 x$  и  $y = \cos^2 x$ .      4.44.  $y = 3 \sin^2 x$  и  $y = \cos^2 x$ .

4.45.  $y = \sin^2 x$  и  $y = 3 \cos^2 x$ .      4.46.  $y = \sin 2x$  и  $y = 2 \cos^2 x$ .

Найдите абсциссы общих точек графиков функций (№ 4.47 — 4.50):

4.47.  $y = \sin x$  и  $y = \sin 2x$ .      4.48.  $y = 2 + \cos 2x$  и  $y = \cos x$ .

4.49.  $y = 3 \sin 2x$  и  $y = 4 \cos x$ .      4.50.  $y = 3 \cos x - 1$  и  $y = \cos 2x$ .

## Степени и логарифмы

Вычислите (№ 4.51 — 4.58):

4.51.  $\log_{216} 27 + \log_{36} 16 + \log_6 3$ .

4.52.  $\log_{0,2} 125 : \log_{16} 64 \cdot \log_3 81$ .

4.53.  $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{1}{25} : 9^{\log_3 2}$ .

4.54.  $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{1}{8} : 7^{2 \log_{49} 2}$ .

4.55.  $(3 \log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 + \log_7 9)$ .

4.56.  $(3 \lg 2 + \lg 0,25) : (\lg 14 - \lg 7)$ .

4.57.  $(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{\lg 5}$ .

4.58.  $(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{\log_5 7}$ .

Решите уравнение (№ 4.59 — 4.80):

4.59.  $2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$ .

4.60.  $3^{1-x} - 3^x = 2$ .

4.61.  $\frac{1}{2} \cdot 2^{x-1} + 2^{3-x} = 3.$

4.62.  $\frac{1}{27} \cdot 3^{x+2} + 3^{2-x} = 4.$

4.63.  $5^x - \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = 4.$

4.64.  $8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 7^{x-1} = 1.$

4.65.  $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0.$

4.66.  $9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0.$

4.67.  $9^x - 3^{x+1} = 54.$

4.68.  $3^{x-1} + 2 \cdot 3^{-x-1} - 1 = 0.$

4.69.  $2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot 10^{3x^2-1}.$

4.70.  $5^{x^2-15} = 25^x.$

4.71.  $0,1^{5x-8-x^2} = 100.$

4.72.  $3^{x^2-4x} = 243.$

4.73.  $4^x - 3 \cdot 2^x = 4.$

4.74.  $9^x + 8 \cdot 3^x = 9.$

4.75.  $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x = 4.$

4.76.  $3^{2x+1} - 8 \cdot 3^x = 3.$

4.77.  $9^x - 5 \cdot 3^{x+1} + 54 = 0.$

4.78.  $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^x + 3 = 0.$

4.79.  $4^x + 2^x = 12.$

4.80.  $2^{x^2-1} \cdot 5^{x^2-1} = 0,001 \cdot (10^{x+2})^3.$

Решите неравенство (№ 4.81 — 4.86):

4.81.  $3^{x^2} \leq 81.$

4.82.  $27^x < 9^{x^2-1}.$

4.83.  $10^x - 8 \cdot 5^x \geq 0.$

4.84.  $3^x - 2 \cdot 6^x > 0.$

4.85.  $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 0.$

4.86.  $\frac{1}{16} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - \left(\frac{1}{4}\right)^{3x+2} < 0.$

4.87. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $2^x + 2^{3-x} < 9.$

4.88. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $3^x + 3^{2-x} < 10.$

Решите уравнение (№ 4.89 — 4.92):

4.89.  $\log_7(x^2 - 2x - 8) = 1.$

4.90.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4x - 5) = -4.$

4.91.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) = -1.$

4.92.  $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 4.$

4.93. Укажите все целые решения неравенства

$$\log_4(x^2 + 2x - 8) < 2.$$



4.94. Укажите все натуральные решения неравенства

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 8) \geq -1.$$

Решите неравенство (№ 4.95 — 4.100):

4.95.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x + 10) > -2.$       4.96.  $\log_2(x^2 - 13x + 30) < 3.$

4.97.  $\log_3(x^2 - 2x) > 1.$       4.98.  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + x - 3) < -2.$

4.99.  $\log_2(x^2 - x - 2) \geq 2.$       4.100.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 11x - 4) \leq -5.$

Решите уравнение (№ 4.101 — 4.106):

4.101.  $3^{3x} + 3^{2x+1} = 3^x + 3.$       4.102.  $5^{4x-1} + 5^{3x+1} = 5^x + 25.$

4.103.  $6^x - 3^x = 2^x - 1.$       4.104.  $6^{x+1} - 18 \cdot 2^x = 3^{x+1} - 9.$

4.105. Укажите отрицательный корень уравнения

$$2^{3x+1} - 2^{2x} = 2^{x+1} - 1.$$

4.106. Укажите положительный корень уравнения

$$4^{5x} - 4^{2x-1} = 4^{3x+1} - 1.$$

Решите уравнение (№ 4.107 — 4.110):

4.107.  $\log_5 \frac{1-2x}{x+3} = 1.$       4.108.  $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} = 2.$

4.109.  $\log_{\frac{1}{4}} \frac{3x+2}{2x-7} = -1.$       4.110.  $\log_{\frac{1}{6}} \frac{16-20x}{3x+4} = -2.$

Решите уравнение (№ 4.111 — 4.118):

4.111.  $\frac{6^{x^2}}{3^2} = \frac{2^2}{6^{8-5x}}.$       4.112.  $\frac{14^{x^2+2}}{2^7} = \frac{7^7}{14^{4x}}.$

4.113.  $\frac{10^{x^2}}{2^4} = \frac{5^4}{10^{9-6x}}.$       4.114.  $\frac{15^{x^2+16}}{3^2} = \frac{5^2}{15^{8-9x}}.$

4.115.  $\frac{2^{x^2+2}}{6^2} = \frac{6^2}{3^{x^2+2}}.$       4.116.  $\frac{4^{x^2}}{14^x} = \frac{14^{2x}}{7^{2x^2}}.$

4.117.  $\frac{2^{2x^2-6x}}{12^{3-x}} = \frac{12^{1-2x}}{3^{x^2} 3^x}.$       4.118.  $\frac{3^{x^2+3x}}{21^{2x}} = \frac{21^{2x}}{7^{x^2+3x}}.$

Решите неравенство (№ 4.119 — 4.134):

$$4.119. \frac{4^x - 2}{1 - 3x} > 0.$$

$$4.120. \frac{2^x - 1}{3x + 2} < 0.$$

$$4.121. \frac{27 - 9^x}{4x - 1} > 0.$$

$$4.122. \frac{5 - 25^x}{2x + 5} < 0.$$

$$4.123. \frac{x + 4}{\lg x} \geq 0.$$

$$4.124. \frac{x + 5}{\log_{\frac{1}{3}} x} > 0.$$

$$4.125. \frac{x - 3}{\log_5 x} \leq 0.$$

$$4.126. \frac{3x - 1}{\log_{\frac{1}{4}} x} > 0.$$

$$4.127. \frac{3x - 4}{\log_{\frac{1}{2}} x} < 0.$$

$$4.128. \frac{2x - 1}{\lg x} > 0.$$

$$4.129. \frac{(0,1)^x + 1000}{2x - 3} < 0.$$

$$4.130. \frac{4 - (0,5)^x}{x - 1} > 0.$$

$$4.131. \frac{\lg x + 1}{4x - 1} < 0.$$

$$4.132. \frac{\log_{\frac{1}{3}} x + 2}{2x + 1} > 0.$$

$$4.133. \frac{x - 3}{4^x - 1} \leq 0.$$

$$4.134. \frac{x - 9}{2^x - 1} \geq 0.$$

Решите систему уравнений (№ 4.135 — 4.156):

$$4.135. \begin{cases} 27^x = 9^y, \\ 81^x = 3^{y+1}. \end{cases}$$

$$4.136. \begin{cases} 16^x = 64^y, \\ 27^{x+1} = 81^{y-1}. \end{cases}$$

$$4.137. \begin{cases} x - y = 8, \\ 2^{x-3y} = 16. \end{cases}$$

$$4.138. \begin{cases} x + y = 3, \\ 5^{x+3y} = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

$$4.139. \begin{cases} x + 2y = 3, \\ \frac{4^{x-2,5}}{4^{3y}} = 2. \end{cases}$$

$$4.140. \begin{cases} 3x - 2y = -1, \\ \frac{3^{8x}}{3^{3y}} = 9. \end{cases}$$

$$4.141. \begin{cases} y - x = 7, \\ 3^x \cdot 3^{2(y-1)} = 27. \end{cases}$$

$$4.142. \begin{cases} \frac{y}{3} - \frac{x}{2} = 1, \\ 2^{x-2} \cdot 2^y = 8. \end{cases}$$

$$4.143. \begin{cases} 2x + 7y = 1, \\ 2^{x+y} = 4^{x-y+2}. \end{cases}$$

$$4.144. \begin{cases} 2y - x = 6, \\ 9^{2x-y} = 3^{2-3y}. \end{cases}$$

$$4.145. \begin{cases} 2x - y = 1, \\ \frac{3^y}{27} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x-2} \end{cases}$$

$$4.146. \begin{cases} x - y = 7, \\ \log_2(2x + y) = 3 \end{cases}$$

$$4.147. \begin{cases} 3x + 4y = 8, \\ 8 \cdot 2^y = 4^{2x+2,5} \end{cases}$$

$$4.148. \begin{cases} 4x + y = -10, \\ \log_3(3y - x) = 2. \end{cases}$$

$$4.149. \begin{cases} x - y - 7 = 0, \\ \log_3 \frac{x+1}{y} = 2. \end{cases}$$

$$4.150. \begin{cases} x + y - 10 = 0, \\ \log_2 \frac{y-1}{x} = 3. \end{cases}$$

$$4.151. \begin{cases} 3x + y = 3, \\ \log_3(5x + 4y) = \log_3(y + 5). \end{cases}$$

$$4.152. \begin{cases} y - 2x = 2, \\ \log_5(y - x) = \log_5(x + 2). \end{cases}$$

$$4.153. \begin{cases} 4x - y = 2, \\ \log_{12} x + \log_{12} 3 = \log_{12}(y + 1). \end{cases}$$

$$4.154. \begin{cases} x + 4y = 16, \\ \log_7 y - \log_7 4 = \log_7(x + 1). \end{cases}$$

$$4.155. \begin{cases} 2x + y = 15, \\ x - 3y = \log_2 144 - \log_2 9. \end{cases}$$

$$4.156. \begin{cases} 2y - 3x = 6, \\ 2x + y = \log_3 135 - \log_3 5. \end{cases}$$

## Производная и ее приложения

4.157. Найдите значение производной функции  $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$

в точке  $x_0 = \frac{\pi}{12}$ .

4.158. Найдите значение производной функции  $y = \ln(2 - x)$

в точке  $x_0 = -1$ .

4.159. Найдите значение производной функции  $y = e^{2x-1}$

в точке  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

4.160. Найдите значение производной функции  $y = \sqrt{2x+5}$

в точке  $x_0 = 2$ .

4.161. Найдите значение производной функции  $y = e^x \sin x + x$

в точке  $x_0 = 0$ .

- 4.162. Найдите значение производной функции  $y = \frac{x}{x+1}$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.163. Найдите значение производной функции  $y = x \ln x$  в точке  $x_0 = 1$ .
- 4.164. Найдите значение производной функции  $y = \frac{\ln x}{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .
- 4.165. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x - 3x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .
- 4.166. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2 - \frac{x}{2} - x^2$  в точке пересечения его с осью ординат.
- 4.167. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \sin x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \pi$ .
- 4.168. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$  в точке графика с ординатой 2.
- 4.169. Выясните, является ли прямая  $y = 12x - 10$  касательной к графику функции  $y = 4x^3$ .
- 4.170. Выясните, является ли прямая  $y = x + 1$  касательной к графику функции  $y = e^x$ .
- 4.171. Выясните, является ли прямая  $y = x$  касательной к графику функции  $y = \sin x$ .
- 4.172. Выясните, является ли прямая  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$ .
- 4.173. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x^3$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ . Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.
- 4.174. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{4}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ . Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.

- 4.175. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 1 + \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ . Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.
- 4.176. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x + \sin x$  в точке с абсциссой  $x_0 = -\frac{\pi}{2}$ . Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.
- 4.177. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x + e^{-2x}$ , параллельной прямой  $y = -x$ .
- 4.178. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x - \frac{1}{x^2}$ , параллельной прямой  $y = 3x$ .
- 4.179. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2x - \ln x$ , параллельной прямой  $y = x$ .
- 4.180. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2\sqrt{x} + x$ , параллельной прямой  $y = 2x$ .
- 4.181. В какой точке касательная к графику функции  $y = x^2 - 5x$  параллельна прямой  $y = -x$ ?
- 4.182. В какой точке касательная к графику функции  $y = \sqrt{x}$  параллельна прямой  $y = x$ ?
- 4.183. В каких точках касательные к графику функции  $y = x^3 - 3x + 1$  параллельны оси абсцисс?
- 4.184. В каких точках касательные к графику функции  $y = \frac{1}{x}$  параллельны прямой  $y = -x$ ?
- 4.185. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ .
- 4.186. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = e^x - x$ .
- 4.187. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = \cos x + 2x$ .
- 4.188. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = x + \frac{1}{x}$ .

- 4.189. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = \ln x + \frac{1}{x}$ .
- 4.190. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = \frac{2x}{e^x}$ .
- 4.191. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = 2xe^x$ .
- 4.192. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = 0,5x + \sin x$ .
- 4.193. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  на отрезке  $[4; 5]$ .
- 4.194. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$  на отрезке  $[2; 3]$ .
- 4.195. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
- 4.196. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$  на отрезке  $[-2; 2]$ .
- 4.197. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$  на отрезке  $[-2; 1]$ .
- 4.198. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$  на отрезке  $[-3; 3]$ .
- 4.199. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 - 9x^2 - 3$  на отрезке  $[-1; 4]$ .
- 4.200. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$  на отрезке  $[-4; 4]$ .

# 5

## Задание 8 для экзамена «Алгебра и начала анализа»

### Тригонометрия

Решите уравнение (№ 5.1 — 5.14):

5.1.  $-\sin \frac{x}{2} = \cos x.$

5.2.  $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 0.$

5.3.  $3 \cos 2x = 4 - 11 \cos x.$

5.4.  $\cos^2 6x - \sin^2 3x - 1 = 0.$

5.5.  $\sin x = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}.$

5.6.  $\cos x = x^2 + 1.$

5.7.  $\cos x = 1 + |x|.$

5.8.  $\sin x = 1 + 2^x.$

5.9.  $2 \cos^2 4x - 6 \cos^2 2x + 1 = 0.$

5.10.  $-2 \sin x + 5 \sin 2x = 0.$

5.11.  $2 \cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0.$

5.12.  $2 \sin x + 3 \cos 2x - 3 = 0.$

5.13.  $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 0.$

5.14.  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x.$

Решите систему уравнений (№ 5.15 — 5.18):

5.15.  $\begin{cases} y + \sin x = 5, \\ 4y + 2 \sin x = 19. \end{cases}$

5.16.  $\begin{cases} 3y + 2 \operatorname{tg} x = 4, \\ 2y + 3 \operatorname{tg} x = 1. \end{cases}$

5.17.  $\begin{cases} 4y + \sqrt{3} \cos x = -\frac{1}{2}, \\ 28y + 4\sqrt{3} \cos x = 1. \end{cases}$

5.18.  $\begin{cases} 2\sqrt{3} \sin x - 8y = -1, \\ \sqrt{3} \sin x - 7y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

Решите неравенство (№ 5.19 — 5.26):

5.19.  $\cos x < x^2 + 1.$

5.20.  $\cos x \leq 1 + |x|.$

5.21.  $\cos x \leq 1 + 3^x.$

5.22.  $\cos x \geq x^2 + 1.$

5.23.  $\cos x \geq 1 + |x|.$

5.24.  $\cos x \geq 1 + 2^x.$

5.25.  $\cos x < 1 + \frac{1}{2 - \sin^2 x}.$

5.26.  $\cos x > 1 + \frac{1}{1 + x^4}.$

## Иррациональные уравнения

Решите уравнение (№ 5.27 — 5.48):

$$5.27. \sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0.$$

$$5.28. \sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}.$$

$$5.29. \sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}.$$

$$5.30. \sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13}.$$

$$5.31. \sqrt{2x^2 - 5x + 1} = \sqrt{x^2 - 2x - 1}.$$

$$5.32. \sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 5x - 3}.$$

$$5.33. \sqrt{x^2 - x + 3} = \sqrt{3x^2 - 5x + 6}.$$

$$5.34. \sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2x^2 - 6x - 1}.$$

$$5.35. 3x + 1 = \sqrt{1 - x}.$$

$$5.36. 8 - 3x = \sqrt{x + 2}.$$

$$5.37. 8 - 2x = \sqrt{x + 1}.$$

$$5.38. x - 2 = \sqrt{2 - x}.$$

$$5.39. \sqrt{4 - 6x - x^2} = x + 4.$$

$$5.40. \sqrt{8 - 6x - x^2} - x = 6.$$

$$5.41. \sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4.$$

$$5.42. \sqrt{1 + 4x - x^2} = x - 1.$$

$$5.43. \sqrt{3x^2 - 4x + 2} = 2x - 3.$$

$$5.44. \sqrt{4 + 2x - x^2} = x - 2.$$

$$5.45. 2\sqrt{x + 5} = x + 2.$$

$$5.46. 2\sqrt{x^2 + 8} = 2x + 1.$$

$$5.47. 4\sqrt{x + 6} = x + 1.$$

$$5.48. 2\sqrt{5 - x^2} = x - 1.$$

Решите систему уравнений (№ 5.49 — 5.52):

$$5.49. \begin{cases} \sqrt{x + 3y + 6} = 2, \\ \sqrt{2x - y + 2} = 1. \end{cases}$$

$$5.50. \begin{cases} \sqrt{x + y - 3} = 1, \\ \sqrt{3x - 2y + 1} = 2. \end{cases}$$

$$5.51. \begin{cases} \sqrt{2x - 3y + 2} = 3, \\ \sqrt{3x + 2y - 5} = 2. \end{cases}$$

$$5.52. \begin{cases} \sqrt{3y - 2x - 2} = 1, \\ \sqrt{4x - 2y + 3} = 2. \end{cases}$$

Найдите координаты общих точек графиков функций (№ 5.53 — 5.56):

$$5.53. y = \frac{1}{2}x + 5 \text{ и } y = \sqrt{1 - 2x}.$$

$$5.54. y = 2x - 7 \text{ и } y = \sqrt{2x - 1}.$$

$$5.55. y = 1 - 4x \text{ и } y = \sqrt{2x + 1}.$$

$$5.56. y = -1 - 2x \text{ и } y = \sqrt{2x + 3}.$$



## Степени и логарифмы

Решите уравнение (№ 5.57 — 5.64):

$$5.57. 3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0.$$

$$5.58. 3 \cdot 2^x - 2^{\frac{x}{2}+1} = 1.$$

$$5.59. 3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0.$$

$$5.60. 9^x + 4^x = 2,5 \cdot 6^x.$$

$$5.61. 9^x + 4^{x+1,5} = 6^{x+1}.$$

$$5.62. 4^{x+1} - 6^x - 2 \cdot 9^{x+1} = 0.$$

$$5.63. 32^{3(x^2-8)} = 8^{19(2x-x^2)}.$$

$$5.64. 8^{4(x^2+8)} = 16^{7(x^2+2x)}.$$

Решите неравенство (№ 5.65 — 5.68):

$$5.65. \log_2(x-1) + \log_2 x < 1.$$

$$5.66. \log_3(x+2) + \log_3 x > 1.$$

$$5.67. \log_2(x+1) + \log_2 x < 1.$$

$$5.68. \lg x + \lg(x-3) > 1.$$

Решите неравенство (№ 5.69 — 5.76):

$$5.69. \log_{0,5}(4-x) \geq \log_{0,5} 2 - \log_{0,5}(x-1).$$

$$5.70. \log_3(x^2 - 7x + 12) < \log_3 20.$$

$$5.71. \log_{0,3}(x^2 + x + 31) < \log_{0,3}(10x + 11).$$

$$5.72. -\log_2(x^2 + 3x) \geq 0.$$

$$5.73. \log_{\frac{1}{2}} \frac{6-x}{x+1} \leq -2.$$

$$5.74. \log_3 \frac{8-x}{x+2} \geq 1.$$

$$5.75. \log_2 \frac{6+x}{x-3} < 2.$$

$$5.76. \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x+1}{x-2} > -1.$$

Решите систему уравнений (№ 5.77 — 5.82):

$$5.77. \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9}, \\ y - x = 2. \end{cases}$$

$$5.78. \begin{cases} 2^y = 200 \cdot 5^x, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

$$5.79. \begin{cases} 7^{x-1} \cdot 2^y = 4, \\ y - x = 3. \end{cases}$$

$$5.80. \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 5^y = 7 \\ x + y = 1. \end{cases}$$

$$5.81. \begin{cases} 5^{x-1} \cdot 7^y = \frac{1}{7}, \\ y - x = -2. \end{cases}$$

$$5.82. \begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot 3^y = 6 \\ y + x = 1. \end{cases}$$

## Производная и ее приложения

- 5.83. Найдите координаты точек, в которых касательные к графику функции  $y = \frac{x+1}{x-3}$ , имеющие угловой коэффициент  $-1$ , пересекают ось абсцисс.
- 5.84. Найдите координаты точек пересечения с осями координат касательных к графику функции  $y = \frac{2x-3}{x+3}$ , имеющих угловой коэффициент  $9$ .
- 5.85. Найдите координаты точек пересечения с осью ординат касательных к графику функции  $y = \frac{3x-1}{x+8}$ , имеющих угловой коэффициент  $1$ .
- 5.86. Найдите координаты точек пересечения с осями координат касательных к графику функции  $y = \frac{2x-2}{x+1}$ , имеющих угловой коэффициент  $4$ .
- 5.87. Найдите координаты точек пересечения с осью ординат касательных к графику функции  $y = \frac{x+4}{x-5}$ , имеющих угловой коэффициент  $-1$ .
- 5.88. Найдите координаты точек пересечения с осями координат касательных к графику функции  $y = \frac{3x-5}{x-3}$ , имеющих угловой коэффициент  $25$ .
- 5.89. Найдите точки экстремума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$  на промежутке  $\left(-\frac{6}{5}; 2\right)$ .
- 5.90. Найдите точки экстремума функции  $y = -x^3 - 3x^2 + 24x - 4$  на промежутке  $\left(-5; \frac{1}{5}\right)$ .
- 5.91. Найдите экстремумы функции  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$ .
- 5.92. Найдите экстремумы функции  $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 1$ .

- 5.93. Найдите точки экстремума функции  $y = \sin x - \cos x$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
- 5.94. Найдите точки экстремума функции  $y = \cos x - \sin x$  на промежутке  $[0; 2\pi]$ .
- 5.95. Найдите экстремумы функции  $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
- 5.96. Найдите экстремумы функции  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$  на промежутке  $[0; 2\pi]$ .
- 5.97. Найдите точки экстремума функции  $y = x + 2e^{-x}$ .
- 5.98. Найдите точки экстремума функции  $y = 2x + 3e^{-x}$ .
- 5.99. Найдите экстремумы функции  $y = -x + 2e^x$ .
- 5.100. Найдите экстремумы функции  $y = -3x - 2e^{-x}$ .

# 6

## Задания 9, 10 для экзамена «Алгебра и начала анализа»

### Уравнения

Решите уравнение (№ 6.1 — 6.78):

6.1.  $\log_{x+1} (x^2 + x - 6)^2 = 4$ .    6.2.  $\log_5 (x - 8)^2 = 2 + 2 \log_5 (x - 2)$ .

6.3.  $\log_{9x^2} (6 + 2x - x^2) = \frac{1}{2}$ .    6.4.  $\log_{x-3} (x^2 - 4x)^2 = 4$ .

6.5.  $\log_3 (3^x - 8) = 2 - x$ .    6.6.  $\log_7 (7^{-x} + 6) = 1 + x$ .

6.7.  $\log_2 (2^x - 7) = 3 - x$ .    6.8.  $\log_4 (4^{-x} + 3) = x + 1$ .

6.9.  $\log_6 (6^{-x} + 5) = 1 + x$ .    6.10.  $\log_5 (5^x - 4) = 1 - x$ .

6.11.  $2 \log_7 (x - 2) = -2 + \log_7 (x - 10)^2$ .

6.12.  $\log_{(x-6)^2} (x^2 - 5x + 9) = \frac{1}{2}$ .

6.13.  $(2x^2 - 5x + 2)(\log_{2x} 18x + 1) = 0$ .

6.14.  $(x^2 - 7x + 10)(\log_x 8x + 1) = 0$ .

6.15.  $(2x - 3)\sqrt{3x^2 - 5x - 2} = 0$ .

6.16.  $(2x^2 - 3x - 2)\sqrt{3x + 1} = 0$ .

6.17.  $(6x - 5)\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 0$ .

6.18.  $(3x^2 - x - 2)\sqrt{2x - 1} = 0$ .

6.19.  $(7x + 2)\sqrt{4x - 3x^2 - 1} = 0$ .

6.20.  $(3x - x^2 - 2)\sqrt{7x + 4} = 0$ .

6.21.  $(3x + 4)\sqrt{-3x - 2x^2 - 1} = 0$ .

6.22.  $(4x - x^2 - 3)\sqrt{5x - 8} = 0$ .

$$6.23. 1 + \sin 3x = \left( \cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right)^2.$$

$$6.24. 2 \sin^2 2x = (\cos x + \sin x)^2.$$

$$6.25. \cos 9x - \cos 7x + \cos 3x - \cos x = 0.$$

$$6.26. \cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x.$$

$$6.27. \sin x - \sin 2x + \sin 5x + \sin 8x = 0.$$

$$6.28. \sin x + \sin 3x - \sin 5x - \sin 7x = 0.$$

$$6.29. \cos 2x + \cos 6x + 2 \sin^2 x = 1.$$

$$6.30. 4 \cos x \sin x + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$6.31. \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0.$$

$$6.32. \sin x + \sin 3x = 4 \cos^2 x.$$

$$6.33. \cos x = \cos 3x + 2 \sin 2x.$$

$$6.34. 8 \sin^2 2x + 4 \sin^2 4x = 5.$$

$$6.35. \sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x.$$

$$6.36. \sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2.$$

$$6.37. \cos^2 3x + \cos^2 4x + \cos^2 5x = 1,5.$$

$$6.38. \cos^2 x + \cos^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x.$$

$$6.39. 2 \cos^2 4x - 6 \cos^2 2x + 1 = 0.$$

$$6.40. \sin 2x + \sin 6x = 3 \cos 2x.$$

$$6.41. 144 \cos^4 x - 4 \sin^4 x = 9 \sin^2 2x.$$

$$6.42. 2(\cos 4x - \sin x \cos 3x) = \sin 4x + \sin 2x.$$

$$6.43. \cos 7x + \cos x = 2 \cos 3x(\sin 2x - 1).$$

$$6.44. \cos 5x - \cos x = \sin 3x(2 \cos 4x + 1).$$

$$6.45. \cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x).$$

$$6.46. \cos 2x = \sqrt{2}(\cos x - \sin x).$$

$$6.47. \sin x \cos 3x = \sin 2x.$$

$$6.48. 5 \sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 2x.$$

$$6.49. \sin^2 6x + \sin^2 4x = 1.$$

$$6.50. 2 \sin 2x = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x.$$

$$6.51. \sin 5x = \sin x + \sin 2x.$$

$$6.52. 6 \sin^2 x + 2 \sin^2 2x = 5.$$

$$6.53. \cos^2 6x - \sin^2 3x - 1 = 0.$$

$$6.54. \cos x - \cos 3x = 3 \sin^2 x.$$

$$6.55. \cos^4 2x + 6 \cos^2 2x = \frac{25}{16}.$$

$$6.56. 3 \operatorname{tg}^2 x - 8 \cos^2 x + 1 = 0.$$

$$6.57. 2 \operatorname{tg}^2 x + 4 \cos^2 x = 7.$$

$$6.58. \operatorname{ctg}^2 x - 8 \sin^2 x = 1.$$

$$6.59. 9 \operatorname{ctg}^2 x + 4 \sin^2 x = 6.$$

$$6.60. 1 - \cos 6x = \operatorname{tg} 3x.$$

$$6.61. \cos x - \cos 3x = \sin 2x.$$

$$6.62. \cos 2x - \cos 4x = \sin 6x.$$

- 6.63.  $\sin 2x = \cos \frac{4x}{2} - \sin \frac{4x}{2}$ .      6.64.  $\sin^2 x = \cos \frac{4x}{2} - \sin \frac{4x}{2}$ .
- 6.65.  $\cos 2x = 2(\cos x - \sin x)$ .      6.66.  $(\cos 6x - 1)\operatorname{ctg} 3x = \sin 3x$ .
- 6.67.  $\sin x \sin 5x = \cos 4x$ .      6.68.  $\cos x \cos 3x = \cos 2x$ .
- 6.69.  $3 \cos x + 2 \operatorname{tg} x = 0$ .      6.70.  $5 \sin x - 4 \operatorname{ctg} x = 0$ .
- 6.71.  $8 \sin^2 x + 4 \sin^2 2x = 5 - 8 \cos 2x$ .
- 6.72.  $2 \sin^2 x = 4 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 6$ .
- 6.73.  $\operatorname{tg} x(1 - 2 \sin x) - 2 \cos x = \sqrt{3}$ .
- 6.74.  $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x - 1 = 2 \cos x$ .
- 6.75.  $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x - 1 = 2 \sin x$ .
- 6.76.  $-\operatorname{ctg} x(2 \cos x + \sqrt{3}) = 2 \sin x$ .
- 6.77.  $\sqrt{10} \cos x - \sqrt{4 \cos x - \cos 2x} = 0$ .
- 6.78.  $\sqrt{5} \sin 2x - \sqrt{1 + 8 \sin x \cos x} = 0$ .
- 6.79. Найдите наименьший положительный корень уравнения  $4 \sin 3x \sin x + 2 \cos 2x + 1 = 0$ .
- 6.80. Найдите наименьший положительный корень уравнения  $8 \cos 6x \cos 2x + 2 \sin^2 4x - 3 = 0$ .
- 6.81. Найдите все решения уравнения  $\sin 4x + 2 \cos^2 x = 1$ , удовлетворяющие условию  $|x| < 1$ .
- 6.82. Найдите все решения уравнения  $2 \sin^2 x + \cos 4x = 1$ , удовлетворяющие условию  $|x| < 1$ .

Решите уравнение (№ 6.83 — 6.88):

- 6.83.  $\sin x = x^2 + 2x + 2$ .      6.84.  $\cos x = x^2 - 2x + 2$ .
- 6.85.  $8 \sin x = x^2 - 10x + 33$ .      6.86.  $2 \cos x = -x^2 + 12x - 37$ .
- 6.87.  $\sin \frac{\pi x}{2} = x^2 - 2x + 2$ .      6.88.  $\sin \frac{\pi x}{2} = 12x - 37 - x^2$ .

Решите уравнение (№ 6.89 — 6.107):

- 6.89.  $4^{-x + \frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} = 4$ .      6.90.  $3^{6x-3} = 2 \cdot 27^{x - \frac{2}{3}} + 1$ .
- 6.91.  $4^{3x^2 + x} - 8 = 2 \cdot 8^{x^2 + \frac{x}{3}}$ .      6.92.  $2^{6x} + 8^{x + \frac{2}{3}} = 5$ .
- 6.93.  $64^x + 2^{2+3x} - 12 = 0$ .      6.94.  $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$ .

$$6.95. 4^{2|x|-3} - 3 \cdot 4^{|x|-2} - 1 = 0.$$

$$6.97. 2x^3 = -18 - x.$$

$$6.99. x^5 + 2x^3 = 48.$$

$$6.101. 2^x + x = 3.$$

$$6.103. 2^{x+1} + x = -\frac{3}{2}.$$

$$6.105. (15^{x^2+x-2})^{\sqrt{x-4}} = 1.$$

$$6.106. (0,7^{x-4})^{\sqrt{x^2-2x-15}} = 1.$$

$$6.107. (17^{\sqrt{x^2+2x-8}})^{x+3} = 1.$$

$$6.96. 8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x.$$

$$6.98. x^3 + 33 = -2x.$$

$$6.100. x^5 + 4x = -40.$$

$$6.102. 2^x = 6 - x.$$

$$6.104. 2^x = -\frac{1}{2} - x.$$

Решите систему уравнений (№ 6.108 — 6.144):

$$6.108. \begin{cases} \frac{1}{2x-3y} + \frac{2}{3x-2y} = \frac{3}{4}, \\ \frac{3}{2x-3y} + \frac{4}{3x-2y} = \frac{7}{4}. \end{cases}$$

$$6.109. \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{10}{x-y} = 1, \\ \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$6.110. \begin{cases} 2x - 2y = 3xy, \\ 4x^2 + 4y^2 = 5x^2y^2. \end{cases}$$

$$6.111. \begin{cases} 2 + xy = 3x, \\ 4x^2y^2 + 4 = 5x^2. \end{cases}$$

$$6.112. \begin{cases} 2xy + 1 = 3y, \\ 12x^2y^2 + 8 = 11y^2. \end{cases}$$

$$6.113. \begin{cases} 2xy + 2 + x = 0, \\ 4x^2y^2 + 4 = 5x^2. \end{cases}$$

$$6.114. \begin{cases} xy + x + y = 15, \\ x^2y + y^2x = 54. \end{cases}$$

$$6.115. \begin{cases} xy + x - y = 7, \\ x^2y - y^2x = 12. \end{cases}$$

$$6.116. \begin{cases} x^2y + x^2 - y = 7, \\ x^4y - y^2x^2 = 12. \end{cases}$$

$$6.117. \begin{cases} xy^2 + x - y^2 = 21, \\ x^2y^2 - y^4x = 20. \end{cases}$$

$$6.118. \begin{cases} x^2y + y = 9, \\ y + x^2 = 9. \end{cases}$$

$$6.119. \begin{cases} x^2 - xy = 3, \\ xy - y^2 = 2. \end{cases}$$

$$6.120. \begin{cases} x + y + xy = 7, \\ x^2 + y^2 + xy = 13. \end{cases}$$

$$6.121. \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x^2y + xy^2 = 30. \end{cases}$$

$$6.122. \begin{cases} x^2 - xy = 20y, \\ 5xy - 5y^2 = 4x. \end{cases}$$

$$6.123. \begin{cases} 4x^2 + xy = 20y, \\ 4xy + y^2 = 5x. \end{cases}$$

$$6.124. \begin{cases} \frac{1}{x} + y = \frac{3}{2}, \\ \frac{1}{x^2} + y^2 = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

$$6.125. \begin{cases} x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, \\ x^2 + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

$$6.126. \begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = 2, \\ 3x^2 + \frac{2}{y^2} = 3. \end{cases}$$

$$6.127. \begin{cases} \frac{1}{x} + y = -\frac{1}{2}, \\ y^2 - \frac{3}{x^2} = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$6.128. \begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{50}{7}. \end{cases}$$

$$6.129. \begin{cases} xy = 5, \\ \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{13}{6}. \end{cases}$$

$$6.130. \begin{cases} x - y = \log_2 y - \log_2 x, \\ x^2 + y = 12. \end{cases}$$

$$6.131. \begin{cases} x - y = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} y, \\ x = y^2 - 6. \end{cases}$$

$$6.132. \begin{cases} 2^x 3^y = 24, \\ 2^y 3^x = 54. \end{cases}$$

$$6.133. \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2}, \\ x + y + xy = 9. \end{cases}$$

$$6.134. \begin{cases} xy = 16, \\ x^{\log_2 y} = 8. \end{cases}$$

$$6.135. \begin{cases} \log_y x = 2, \\ x^{\lg y} = 100. \end{cases}$$

$$6.136. \begin{cases} \log_2 \frac{x^2 \sqrt{y+1}}{2} = 2, \\ \log_2 x \cdot \log_2 (1+y)^2 = 4. \end{cases}$$

$$6.137. \begin{cases} x^{-\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{2}} = 6, \\ \log_4 x + \log_4 y = -3. \end{cases}$$

$$6.138. \begin{cases} (x+y) \cdot 3^{y-x} = \frac{5}{27}, \\ 3 \log_5 (x+y) = x-y. \end{cases}$$

$$6.139. \begin{cases} 2x - \sin x = 2y - \sin y, \\ x + 2y = 9. \end{cases}$$

$$6.140. \begin{cases} 3x + \cos x = 3y + \cos y, \\ 3x - y = 6. \end{cases}$$

$$6.141. \begin{cases} \sqrt{x+y-1} = 1, \\ \sqrt{x-y+2} = 2y-2. \end{cases}$$

$$6.142. \begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3, \\ \sqrt{x+y-5} = -2x+11. \end{cases}$$

$$6.143. \begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2, \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6. \end{cases}$$

$$6.144. \begin{cases} \sqrt{y-x-1} = 1, \\ \sqrt{x-2y+3} = 3y-2x-1. \end{cases}$$



## Модули

Решите уравнение (№ 6.145 — 6.192):

6.145.  $|2x - 3| = 3 - 2x$ .

6.146.  $|4 - 5x| = 5x - 4$ .

6.147.  $|3x - 5| = 5 - 3x$ .

6.148.  $|7 - 4x| = 7 - 4x$ .

6.149.  $|5x - 13| - |6 - 5x| = 7$ .

6.150.  $|3x - 8| - |3x - 2| = 6$ .

6.151.  $|16 - 9x| - |9x - 5| = 11$ .

6.152.  $|7x - 12| - |7x - 1| = 1$ .

6.153.  $x^2 - 6|x| - 2 = 0$ .

6.154.  $x^2 - 4|x| - 1 = 0$ .

6.155.  $\frac{x}{|x|} + x = x^2 + 1$ .

6.156.  $-2 \cdot \frac{x}{|x|} - 2x = x^2 + 2$ .

6.157.  $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$ .

6.158.  $3^{|3x-4|} = 9^{2x-2}$ .

6.159.  $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$ .

6.160.  $25^{|1-2x|} = 5^{4-6x}$ .

6.161.  $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$ .

6.162.  $|\operatorname{tg} x| = \operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x}$ .

6.163.  $|\cos x| = \cos x - 2 \sin x$ .

6.164.  $|\operatorname{ctg} x| = \operatorname{ctg} x + \frac{1}{\sin x}$ .

6.165.  $\cos x = |\cos x| (x + 1,5)^2$ .

6.166.  $|\cos x| = \cos x (x - 2)^2$ .

6.167.  $\cos x = |\sin x|$ .

6.168.  $\sqrt{3} \sin x = |\cos x|$ .

6.169.  $2 \sin^2 x = |\sin x|$ .

6.170.  $2 \cos^2 x = |\sin x|$ .

6.171.  $2 \cos^2 x = |\cos x|$ .

6.172.  $3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3} |\sin x|$ .

6.173.  $\sqrt{3} \operatorname{ctg} x = 3 |\cos x|$ .

6.174.  $2 \sin^2 x = |\sqrt{3} \operatorname{tg} x|$ .

6.175.  $2 \cos^2 x = |\operatorname{ctg} x|$ .

6.176.  $4^{|x-2| \sin x} = 2^{x |\sin x|}$ .

6.177.  $\sin x = \operatorname{tg} x |\sin x|$ .

6.178.  $\cos x = \operatorname{tg} x |\cos x|$ .

6.179.  $|\cos x| (2x - 4) = |x - 2|$ .

6.180.  $|\sin x| (4x + 2) = |2x + 1|$ .

6.181.  $|\operatorname{tg} x| (x + 3) = |x + 3|$ .

6.182.  $|\operatorname{ctg} x| (2x - 3) = |2x - 3|$ .

6.183.  $8^x \geq 6 \cdot 9^{|x-1|}$ .

6.184.  $25^{x+1} \geq 10 \cdot 32^{|x-1|+1}$ .

6.185.  $|e^x - 1| = (2x + 3)(e^x - 1)$ .

6.186.  $\sin^2 x = \cos x |\sin x|$ .

6.187.  $\cos^2 x = \sin x |\cos x|$ .

6.188.  $|e^x - 1| = (3x + 2)(e^x - 1)$ .

6.189.  $|\sin x| + \sin x (x - 4)^2 = 0$ .

6.190.  $\sin x + |\sin x| (x + 1,5)^2 = 0$ .

6.191.  $|\log_2 x - 1| = (4 - 8x)(\log_2 x - 1)$ .

6.192.  $|\log_2 x - 1| = (2x + 5)(\log_2 x - 1)$ .

Решите систему уравнений (№ 6.193 — 6.198):

$$6.193. \begin{cases} 2|x-2| + 3|y+1| = 20, \\ 2x - y = 3. \end{cases} \quad 6.194. \begin{cases} 3|x+1| + 2|y-2| = 20, \\ x + 2y = 4. \end{cases}$$

$$6.195. \begin{cases} 4|x-3| + |y+2| = 7, \\ x + 2y = 4. \end{cases} \quad 6.196. \begin{cases} 2|x-1| - 3|y+2| = 1, \\ 2x + y = 3. \end{cases}$$

$$6.197. \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} = y - 1, \\ y + 2|x| = 1. \end{cases} \quad 6.198. \begin{cases} x - \sqrt{x^2 - 2y + 1} = 1, \\ x + |y| = 2. \end{cases}$$

Решите неравенство (№ 6.199 — 6.206):

$$6.199. 2|x+1| > x+4. \quad 6.200. 3|x-1| \leq x+3.$$

$$6.201. 4|x+2| < 2x+10. \quad 6.202. 3|x+1| \geq x+5.$$

$$6.203. 3x^2 - |x-3| > 9x-2. \quad 6.204. x^2 + 4 \geq |3x+2| - 7x.$$

$$6.205. |x-2| - x < 2x^2 - 9x + 9. \quad 6.206. x^2 - |5x-3| - x < 2.$$

## Параметры

Решите уравнение (№ 6.207 — 6.210):

$$6.207. \frac{a}{2a-x} = 3. \quad 6.208. \frac{a}{a-2x} = 3.$$

$$6.209. \frac{a}{2a-x} = 2. \quad 6.210. \frac{a}{a-2x} = 2.$$

6.211. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 2$  является корнем уравнения  $|x + 2a| \cdot x + 1 - a = 0$ .

6.212. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 3$  не является решением неравенства  $2 \geq |x + 3a| + x^2$ .

6.213. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = -3$  является решением неравенства  $4 - |x - 2a| < x^2$ .

6.214. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = -2$  является решением неравенства  $3 - |x - 2a| > x^2$ .

6.215. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 2$  не является решением неравенства  $-2 \leq |x + 3a| - x^2$ .

6.216. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = -1$  не является корнем уравнения  $x^2 + 4x - 2|x - a| + 2 - a = 0$ .

6.217. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = -2$  является корнем уравнения  $|x - a| \cdot x + 1 - 2a = 0$ .

6.218. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 1$  не является корнем уравнения  $|2x + a| \cdot (x^2 + 1) + 3 - 2a = 0$ .

- 6.219. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 2$  является корнем уравнения  $\left(a - 3x^2 - \cos \frac{11\pi x}{4}\right) \sqrt{8 - ax} = 0$ .
- 6.220. Найдите все значения  $a$ , при которых число  $x = 2$  является корнем уравнения  $\left(a - 3x^2 - \sin \frac{11\pi x}{4}\right) \sqrt{11 - 3ax} = 0$ .
- 6.221. Может ли при каком-нибудь значении  $a$  уравнение  $2x^6 - x^4 - ax^2 = 1$  иметь три корня?
- 6.222. Может ли при каком-нибудь значении  $a$  уравнение  $2x^8 - 3ax^6 + 4x^4 - ax^2 = 5$  иметь пять корней?
- 6.223. Докажите, что уравнение  $3^x + 3^{-x} = ax^4 + 2x^2 + 2$  имеет нечетное число корней.
- 6.224. Докажите, что уравнение  $4^x - 4^{-x} = x^3 + 2ax$  имеет нечетное число корней.
- 6.225. Найдите, при каких значениях  $a$  уравнение  $\log_3(9^x + 9a^3) = x$  имеет ровно два корня.
- 6.226. Найдите, при каких значениях  $a$  уравнение  $\log_2(4^x - a) = x$  имеет единственный корень.
- 6.227. Найдите, при каких значениях  $a$  уравнение  $\log_2(4^x + a^3) + x = 0$  имеет ровно два корня.
- 6.228. Найдите, при каких значениях  $a$  уравнение  $x - \log_3(2a - 9^x) = 0$  не имеет корней.
- 6.229. Для каждого значения  $a$  найдите число корней уравнения  $|x - 1| = ax + 2$ .
- 6.230. Для каждого значения  $a$  найдите число корней уравнения  $|x + 1| = 3 - ax$ .
- 6.231. Для каждого значения  $a$  найдите число корней уравнения  $|x + 2| + 1 = a - 2x$ .
- 6.232. Для каждого значения  $a$  найдите число корней уравнения  $|x - 2| - 1 = a - 3x$ .

## Неравенства

Решите неравенство (№ 6.233 — 6.273):

6.233.  $(2x - 3)\sqrt{3x^2 - 5x - 2} > 0$ .

$$6.234. (4x - x^2 - 3)\sqrt{5x - 8} \leq 0.$$

$$6.235. (6x - 5)\sqrt{2x^2 - 5x + 2} \geq 0.$$

$$6.236. (3x - x^2 - 2)\sqrt{7x + 4} < 0.$$

$$6.237. (3x + 4)\sqrt{-3x - 2x^2 - 1} < 0.$$

$$6.238. (3x^2 - x - 2)\sqrt{2x - 1} \geq 0.$$

$$6.239. (7x + 2)\sqrt{4x - 3x^2 - 1} \leq 0.$$

$$6.240. (2x^2 - 3x - 2)\sqrt{3x + 1} > 0.$$

$$6.241. \sqrt{2x^2 - 3x + 1} > \sqrt{x^2 - 3x + 2}.$$

$$6.242. 2^{\sqrt{x^2 - 3x + 3}} > 2^{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}.$$

$$6.243. 3^{-\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \leq 3^{-\sqrt{x^2 - x + 5}}.$$

$$6.244. \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x-2}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x-10}}.$$

$$6.245. \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}.$$

$$6.246. 2^{1+2x} - 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 2 \geq 0.$$

$$6.247. 3^{4-3x} - 35 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} + 6 \geq 0.$$

$$6.248. 4^{5+4x} - 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{3+4x} + 8 \geq 0.$$

$$6.249. 5^{5-4x} - 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{3-4x} - 5 \geq 0.$$

$$6.250. \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) \geq -2.$$

$$6.251. \log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} (5^{x+1} - 25^x) \leq -2. \quad 6.252. \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (3^{x+2} - 9^x) \geq -6.$$

$$6.253. \log_2 (2 - 3x) > 4x + 1. \quad 6.254. \log_2 (2 + x) > 1 - x.$$

$$6.255. 9^x - 2 \cdot 3^x < 3. \quad 6.256. 4^x - 3 \cdot 2^x < 4.$$

$$6.257. \log_x \frac{2x + \frac{2}{5}}{5(1-x)} > 0. \quad 6.258. \log_x \frac{4x + 1}{6(x-1)} < 0.$$

6.259.  $\log_x \frac{3x+2}{4(1-x)} \geq 0.$

6.260.  $\log_x \frac{2x+5}{4(x-1)} \leq 0.$

6.261.  $\log_{5x-4x^2} 4^{-x} > 0.$

6.262.  $\log_{-6x-5x^2} 6^x > 0.$

6.263.  $\log_{x^2+4} 8 < 1.$

6.264.  $\log_{x^2+2} 3 \geq 1.$

6.265.  $\log_7 x - \log_x \frac{1}{7} \geq 2.$

6.266.  $2 \log_2 \sqrt{x} - 2 \geq \log_x \frac{1}{2}.$

6.267.  $\log_x \frac{1}{4} + \log_4 x^{-1} \leq -2.$

6.268.  $\log_x 3 - 4 \geq -4 \log_3 x.$

6.269.  $\log_{\frac{8}{3}} \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 6) \geq 0.$

6.270.  $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} (2^{x+2} - 4^x) \leq -2.$

6.271.  $\log_{\frac{27}{41}} \log_5 (x^2 - 2x - 3) \leq 0.$

6.272.  $\log_{\frac{12}{11}} \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + 3x - 4) \leq 0.$

6.273.  $\log_2 \log_{\frac{9}{16}} (x^2 - 4x + 3) \leq 0.$

6.274. Найдите все значения  $x$ , при которых меньшее из чисел  $1 + 2x$  и  $2 + x$  больше  $-1$ .

6.275. Найдите все значения  $x$ , при которых меньшее из чисел  $3 - 2x$  и  $1 - x$  меньше  $1$ .

6.276. Найдите все значения  $x$ , при которых большее из чисел  $3 - 2x$  и  $1 - x$  меньше  $1$ .

6.277. Найдите все значения  $x$ , при которых большее из чисел  $3 - 2x$  и  $1 - x$  больше  $1$ .

### Возрастание, убывание, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения

6.278. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 7}$  на отрезке  $[3; 4]$ .

6.279. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 3x + 5}$  на отрезке  $[2; 5]$ .

6.280. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{3}{\sqrt{3 + x - \frac{1}{4}x^2}} \text{ на отрезке } [-1; 3].$$

6.281. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = -\frac{3}{\sqrt{2x^2 - x - 1}} \text{ на отрезке } [2; 3].$$

6.282. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = \sqrt{4x^2 - x - 3}.$$

6.283. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = \log_2(2x^2 - 3x - 2).$$

6.284. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = -\frac{3}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}.$$

6.285. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 3x - 10}}.$$

6.286. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = \log_{0,5}(2x^2 - 3x - 2).$$

6.287. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, основания которых являются квадратами, а каждая из боковых граней имеет периметр 6 см. Найдите среди них параллелепипед с наибольшим объемом и вычислите этот объем.

6.288. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен  $4 \text{ см}^3$ , а основания являются квадратами. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром боковой грани и вычислите этот периметр.

6.289. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, у которых одна из боковых граней является квадратом, а периметр нижнего основания равен 12 см. Найдите среди них параллелепипед с наибольшим объемом и вычислите этот объем.

**6.290.** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен  $0,5 \text{ см}^3$ , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания и вычислите этот периметр.

**6.291.** Найдите наименьшее значение функции  $y = x \ln x - x \ln 5$  на отрезке  $[1; 5]$ .

**6.292.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{1}{2} x \ln x - x \ln 2 \text{ на отрезке } [1; 4].$$

**6.293.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{6} x \ln 9 \text{ на отрезке } [1; 3].$$

**6.294.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x \ln x - x \ln 49 \text{ на отрезке } [1; 7].$$

**6.295.** Найдите точки минимума функции

$$y = 2\sqrt{3} \cos x + 2 \sin x - 2x + 1.$$

**6.296.** Найдите точки максимума функции

$$y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + 10 - 2x.$$

**6.297.** Найдите точки максимума функции

$$y = 2\sqrt{3} \sin x - 2 \cos x - 2\sqrt{3} x + 11.$$

**6.298.** Найдите точки минимума функции

$$y = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x + 2\sqrt{3} x - 3.$$

**6.299.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 1 + 4 \sin x - 2x \text{ на отрезке } [0; \pi].$$

**6.300.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = -3 + 4 \sin x + 2x \text{ на отрезке } [\pi; 2\pi].$$

**Вариант экзаменационного задания  
по курсу «Математика»**

1. Решите неравенство  $\frac{(x+11)(2x-5)}{3x} \leq 0$ .
2. Решите уравнение  $10 \cdot 5^{x-1} + 5^{x+1} = 7$ .
3. Решите уравнение  $2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$ .

4. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком.

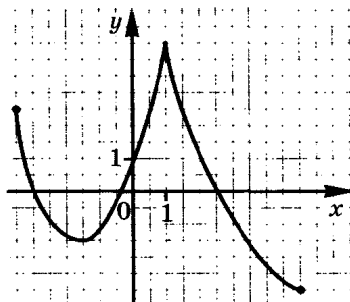
Укажите:

- а) область определения функции;
- б) при каких значениях  $x$

$$f(x) \leq 0;$$

- в) точки экстремума функции;
- г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

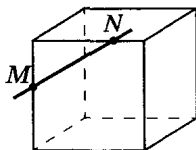
- д) наибольшее и наименьшее значения функции.



5. Найдите при  $x = -\frac{\pi}{4}$  значение производной функции

$$f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x.$$

6. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах куба. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра куба.



7. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг большего катета.
8. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 12 см, а боковое ребро — 13 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
9. Найдите абсциссы общих точек графиков функции  $y = \sin x$  и  $y = \sin 2x$ .
10. Выясните, является ли прямая  $y = x + 1$  касательной к графику функции  $y = e^x$ .



**Вариант экзаменационного задания  
по курсу «Алгебра и начала анализа»**

1. Решите неравенство

$$\frac{8x^2 - 2x - 1}{x} < 0.$$

2. Решите уравнение

$$\log_2 3 - \log_2 (2 - 3x) = 2 - \log_2 (4 - 3x).$$

3. Решите уравнение

$$3 \operatorname{tg} 2x - \sqrt{3} = 0.$$

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная, что:

- а) область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
- б) все значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;
- в)  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; 0)$ ,  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$  и при  $x = 2$ ;
- г) нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 3x^4 - 1$ .

6. Найдите абсциссы общих точек графиков функций  $y = \sin x$  и  $y = \sin 2x$ .

7. Выясните, является ли прямая  $y = x + 1$  касательной к графику функции  $y = e^x$ .

8. Решите неравенство

$$\cos x \geq 1 + 2^x.$$

9. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + y = -\frac{1}{2}, \\ y^2 - \frac{3}{x^2} = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

10. Определите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = \log_{0,5} (2x^2 - 3x - 2).$$

# Справочный материал

## Алгебра и начала анализа

### Решение квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$  — нет корней,

$$D = 0 \text{ — один корень: } x = -\frac{b}{2a},$$

$$D > 0 \text{ — два корня: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

### Разложение квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

### Решение уравнений и неравенств

$\sqrt{f(x)} = g(x)$ . Область определения задается неравенством  $f(x) \geq 0$ .

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = (g(x))^2, \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = (g(x))^2, \\ g(x) \geq 0; \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2} = |x|, \quad \sqrt{f(x)^2} = |f(x)|$$

$$\log_c f(x) = \log_c g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0; \end{cases}$$

$$\log_c f(x) < \log_c g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x), \text{ где } c > 1$$

$$\log_c f(x) < \log_c g(x) \Leftrightarrow 0 < g(x) < f(x), \text{ где } 0 < c < 1$$

## Степени и логарифмы

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^b a^c = a^{b+c}$$

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$$

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$a^c b^c = (ab)^c$$

$$\frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c$$

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b, \text{ где } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$$

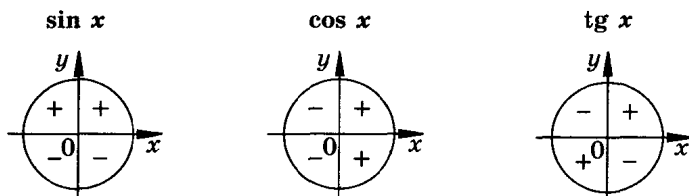
$$\log_a b^c = c \log_a b$$

$$\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

## Тригонометрия

### Знаки тригонометрических функций



### Значения тригонометрических функций

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—

## Формулы приведения

$\beta$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

$\beta$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \beta$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

## Основные тождества

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
--	---

## Формулы сложения

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

## Формулы двойного угла

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

### Переход от суммы к произведению

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

### Переход от произведения к сумме

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

### Формулы понижения степени

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

### Простейшие уравнения

$$\sin x = a (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow x = (-1)^n \arcsin a + n\pi$$

$$\cos x = a (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + 2n\pi$$

$$\operatorname{tg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg} a + n\pi$$

$n$  — любое целое число

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi n$$

$n$  — любое целое число

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi),$$

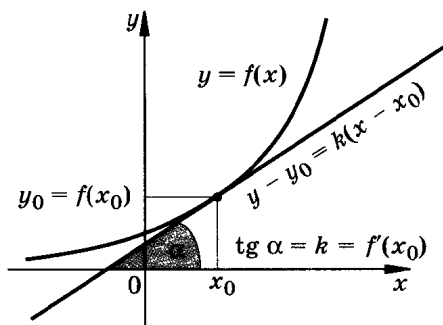
$$\text{где } \sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## Производная

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$kf$	$kf'$	$x^n$	$nx^{n-1}$
$f(kx + b)$	$kf'(kx + b)$	$\sin x$	$\cos x$
$f + g$	$f' + g'$	$\cos x$	$-\sin x$
$fg$	$f'g + fg'$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - fg'}{g^2}$	$e^x$	$e^x$
$C$	$0$	$a^x$	$a^x \ln a$
$x$	$1$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$

### Уравнение касательной

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



### Экстремумы функции

$x_0$  — критическая точка  $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \text{ — внутренняя точка } D(f), \\ f'(x_0) \text{ равно } 0 \text{ или не существует;} \end{cases}$

При переходе через  $x_0$   $f'$  меняет знак

с минуса на плюс

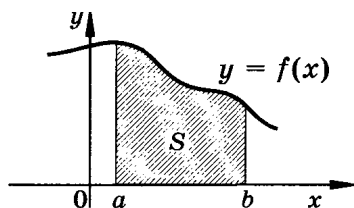
с плюса на минус

$x_0$  — точка минимума

$x_0$  — точка максимума

## Первообразная

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$kf(x)$	$kF(x)$	$e^x$	$e^x$
$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$	$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a}$
$C$	$Cx$	$\sin x$	$-\cos x$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $		

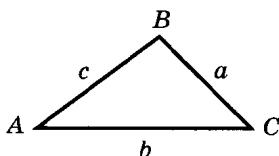


Площадь

$$S = F(b) - F(a)$$

## Геометрия

### Планиметрия



### Треугольник

Любая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон, но больше их разности:

$$b - c < a < b + c.$$

Сумма углов в треугольнике:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

**Медианы** треугольника пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении 2 : 1, считая от вершины.

**Средней линией** называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника. Средняя линия параллельна третьей стороне и равна ее половине.

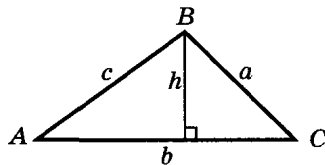
**Теорема синусов:**  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

**Теорема косинусов:**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

**Площадь треугольника:**

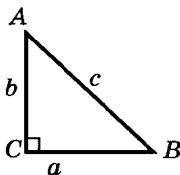
1)  $S = \frac{1}{2} ah;$     2)  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$



**Прямоугольный треугольник**

**Теорема Пифагора:**  $c^2 = a^2 + b^2;$

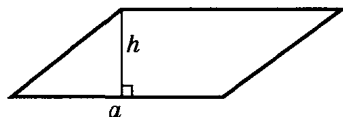
$\sin A = \frac{a}{c}; \cos A = \frac{b}{c}; \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$



**Параллелограмм**

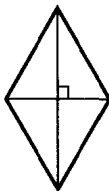
**Свойства параллелограмма**

1. Противоположные стороны параллелограмма равны.
2. Противоположные стороны параллелограмма параллельны.
3. Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам.
4. Противоположные углы параллелограмма равны.



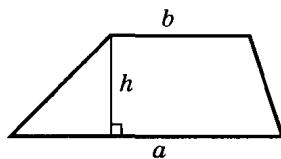
**Площадь параллелограмма:**  $S = ah.$

**Ромб**



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны

**Трапеция**



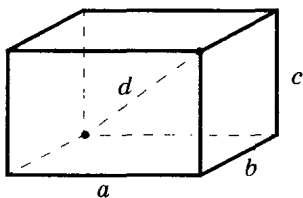
*Площадь трапеции:*

$$S = \frac{a+b}{2} h$$



# Многогранники

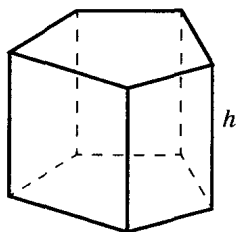
## Прямоугольный параллелепипед



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2; S_{\text{бок}} = 2(ac + bc);$$

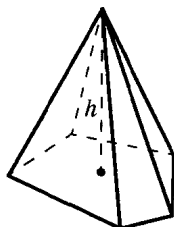
$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac); V = abc$$

## Призма



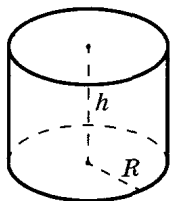
$$V = S_{\text{осн}}h$$

## Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}}h$$

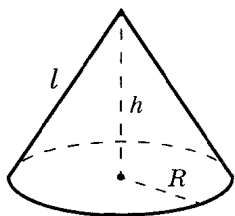
## Цилиндр



$$V = \pi R^2 h;$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$$

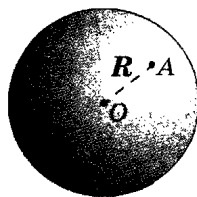
## Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h;$$

$$S_{\text{бок}} = \pi R l$$

## Шар



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3;$$

$$S = 4\pi R^2$$